

Zajímavé aplikace teorie grafů

Projekt učitelé



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

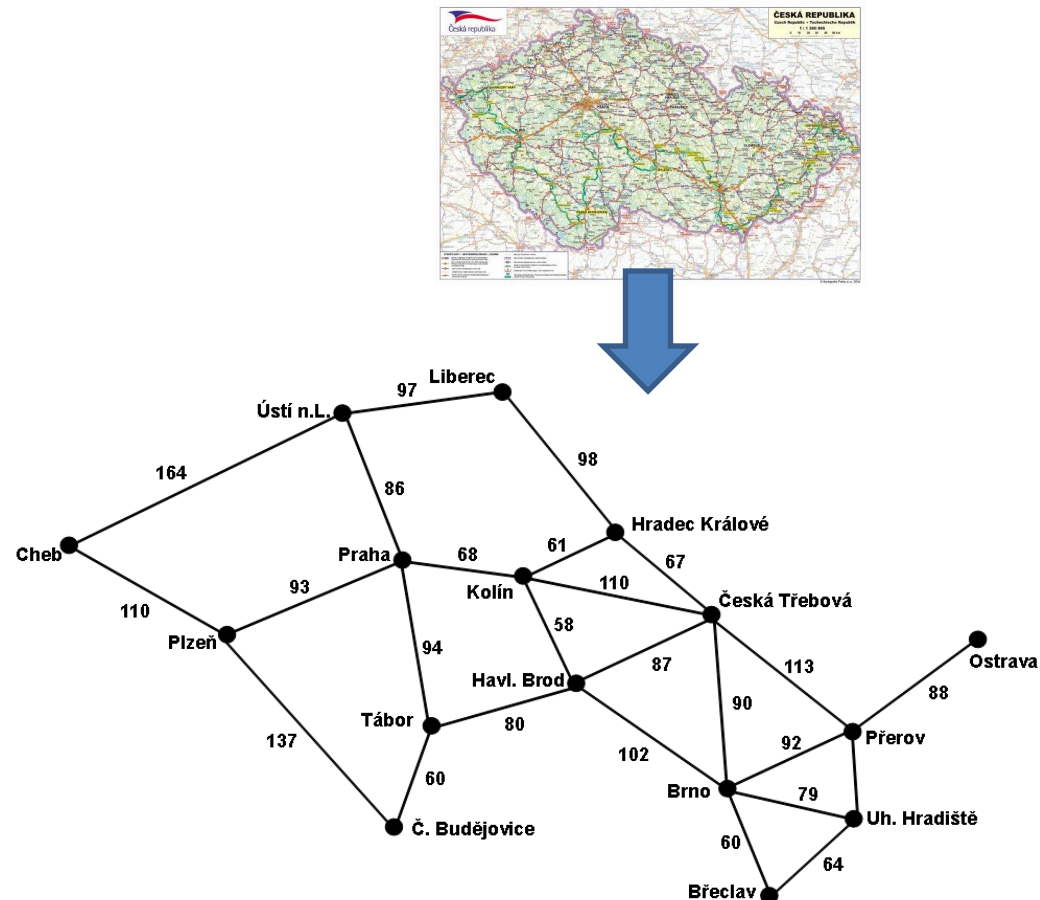


INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Nejkratší cesta

Problém: Jak nalézt nejkratší cestu mezi dvěmi městy na mapě?

- Mapu si lze představit jako síť ulzů a hran
- Hrany ohodnotíme dle počtu kilometrů
- Nalezneme nejkratší cestu v grafu pomocí známých algoritmů



Nejspolehlivější cesta

Problém: Jak nalézt nejspolehlivější cestu mezi dvěma městy na mapě?

- Podobný problém, k hranám přidáme ještě parametr spolehlivost.
- Spolehlivost určuje pravděpodobnost, že na daném úseku nedojde k nehodě.
- Výsledná cesta zohlední spolehlivost a upřednostní nejméně nebezpečnou cestu

Rozvoz zboží

Problém: Jak má firma rozvést po vybraných městech zboží, aby auto spálilo co nejméně benzínu?

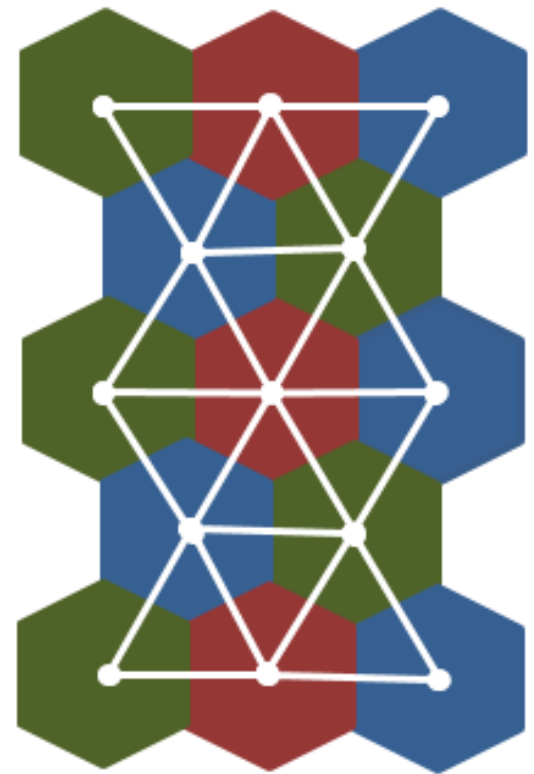
- Města a silnice opět převedeme na síť ulzů a hran ohodnocených počtem kilometrů.
- Následně hledáme v grafu co nejkratší cestu, která navštíví všechna města právě jednou.
- Úloha je poměrně náročná na výpočet.
- Jedná se o známý problém z teorie grafů nazývaný problém obchodního cestujícího.



Mobilní telefony a jejich frekvence

Problém: Kolik potřebujeme frekvencí pro vysílače mobilních telefonů, aby se jednotlivé vysílače nerušily.

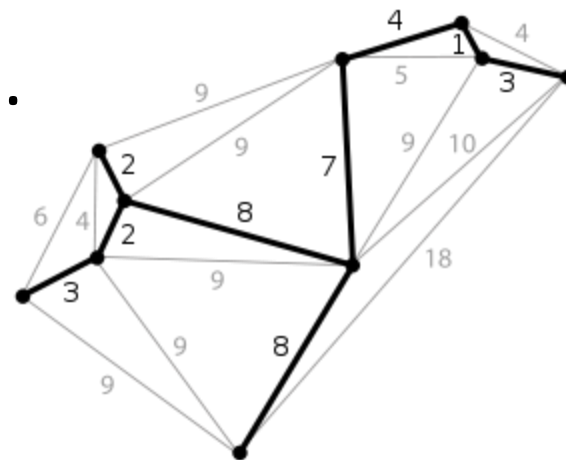
- Vysílače jsou rozmístěny po ploše. Kolik je třeba frekvencí, aby se nerušily?
- Úlohu opět snadno převedeme do problému teorie grafů. Vysílač = vrchol, hrana = sousedství.
- Cílem je, aby žádné dva vrcholy neměly stejnou frekvenci / barvu.
- V 70.letech 20 století bylo dokázáno, že stačí právě 4 barvy, aby nikdy nevznikl konflikt.



Pokládání kabelů

Problém: Jak má televizní společnost položit v dané lokalitě kabely, aby propojila vybrané domácnosti, ale ušetřilo co nejvíc peněz za kabel?

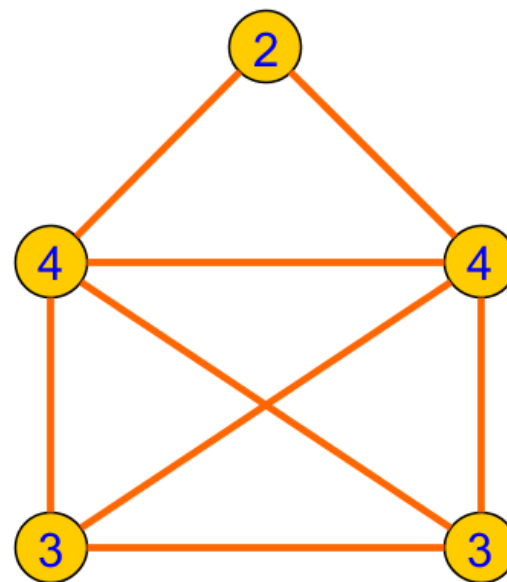
- Domácnosti si představme jako vrcholy grafu. Jejich spojnice jako hrany.
- Hledáme způsob, jak spojit všechny vrcholy jednou cestou.
- Problém, který je poměrně snadno řešitelný. Související pojmy – kostra grafu, Steinerovy stromy.



Roznos pošty po městě

Problém: Jak má pošťák projít ulice ve městě, aby navštívil každou právě jednou a vrátil se zpět na poštu?

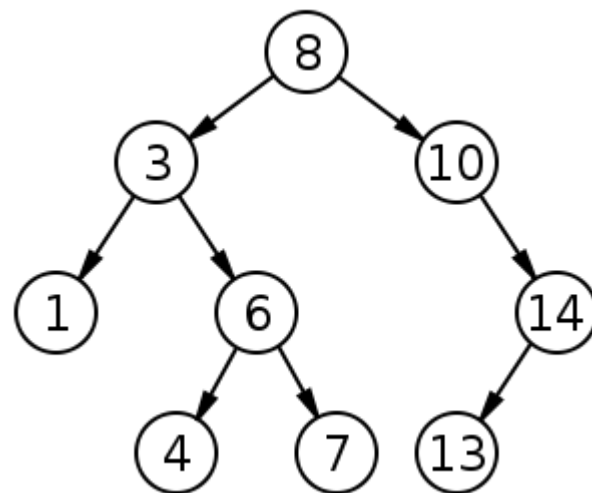
- Úloha, která se řeší podobně jako kreslení domečků jedním tahem.
- Z teorie grafů vyplývá, že taková cesta existuje pouze v případě, že všechny vrcholy mají sudý stupeň.



Vyhledávací stromy

Problém: Jak rychle zjistit, zda máme v seznamu 1000 lidí někoho s daným rodným číslem?

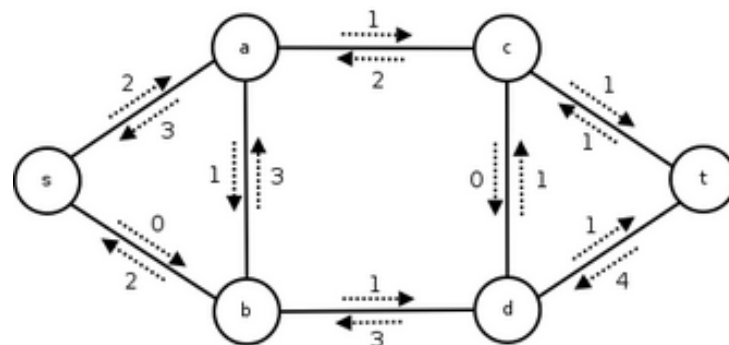
- Úloha se zaměřuje na vhodnou formu ukládání dat.
- Nejčastějším způsobem ukládání dat je dnes uspořádání do stromů (speciální případ grafu).
- V nich je možné vyhledat pomocí $\log(N)$ kroků pro vstup délky N .
- Pro 1000 lidí zjistíme nejhůře na 10 kroků, zda je daná osoba v databázi.



Elektrické sítě

Problém: Jak zjistit, kolik je daná síť kabelů schopna přepravit elektřiny?

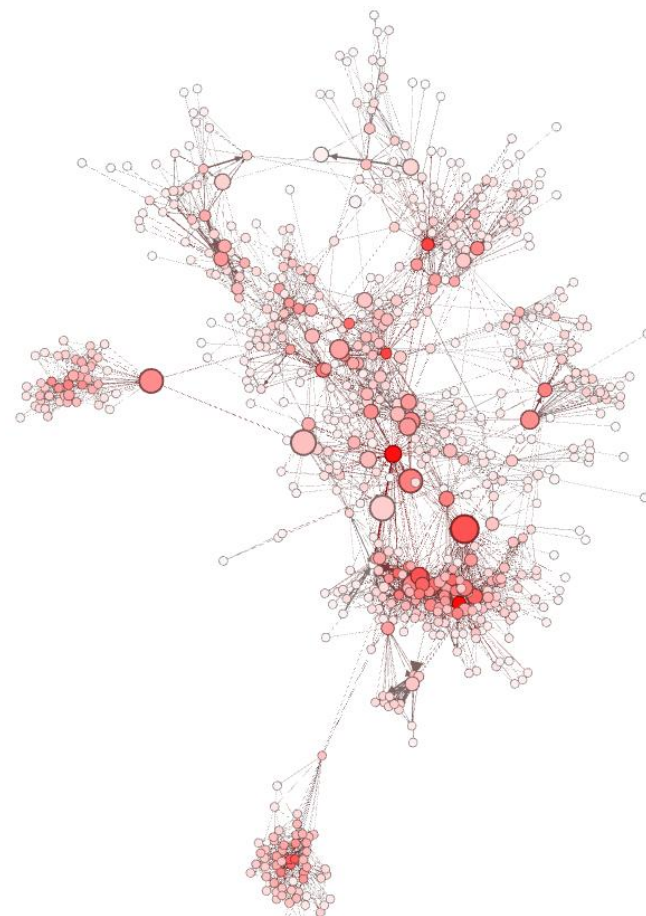
- Elektrickou síť si lze opět představit jako graf. Hrana tentokrát bude obsahovat navíc informaci o své kapacitě.
- Kapacita určuje kolik elektřiny může maximálně daným vodičem protéci.
- Pomocí grafových algoritmů jsme následně schopni spočítat maximální propustnost takové sítě.



Sociální sítě

Problém: Jak zjistit, kdo jsou kamarádi jen na základě analýzy dat z telefonů?

- Sestavme si síť, kde vrcholy budou lidé a hrany se svou vahou budou určovat jak často si telefonují / píší zprávy.
- V takové síti můžeme pomocí grafových algoritmů určit jaké jsou přirozené skupinky v síti a kdo jsou významné uzly



Potravní řetězce

Problém: Jak zjistit, kolik jak velké je třeba populace zajíců, prasat a jelenů, abychom na území České republiky dosáhli populace 100 vlků?

- Reprezentuje vztah mezi rostlinami a živočichy (predátor – kořist).
- Kořist je sněžena a slouží jako zdroj energie pro svého predátora. Dochází tedy k přenosu energie.
- Analogie s přenosovou soustavou elektrické energie.
- Kolik potřebujeme mít organismů na vstupu, abychom udrželi populaci vlků na určité hranici?
- Tento problém může být opět řešen pomocí toků v síti.

