# Buněčné automaty

Radek Pelánek

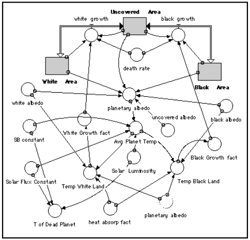
# Kam směřujeme?

- modelování systémů „od spodu“ - individua, lokální interakce
- agent based modeling (ABM) – modelování založené na agentech
- proč buněčné automaty (cellular automata, CA)?
    - předchůdce ABM: historicky i technicky
    - jednoduché, snadno formalizovatelné a přitom silné
    - několik zajímavých modelů

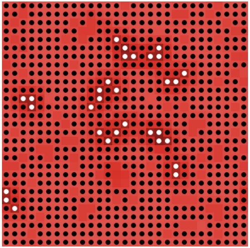
# Svět sedmikrásek

modelování shora
systémový model

Daisyworld




modelování zdola
buněčný automat



# Základní principy

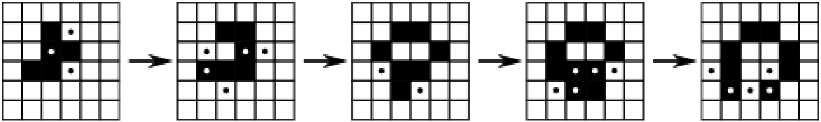
- diskrétní prostor i čas
- striktně lokální interakce
- mnoho „buněk"

simulace klíčová

# Hra Život

- čtverečkovaná síť buněk, sousedi se počítají i diagonálně
- stavy buněk: živá, mrtvá
- hraje se na kola
- pokud je buňka živá:
    - $< 2$ sousedi $\Rightarrow$ umírá na osamělost
    - $> 3$ sousedi $\Rightarrow$ umírá na přehuštění
    - $2 \vee 3$ sousedi $\Rightarrow$ přežívá
- pokud je buňka mrtvá:
    - 3 sousedi $\Rightarrow$ ožívá
    - jinak zůstává mrtvá

# Hra Život: příklad



# Základní poselství

Jednoduchá pravidla mohou vést ke složitému chování.

Vztah k chaosu, komplexitě, vyčíslitelnosti.

# Historie – vybrané poznámky

- 40. a 50. léta: von Neuman, Ulam: základní formalismus (studium sebe-reprodukce)
- 1970: Conway: hra Život, článek v Scientific American (Gardner), značná pozornost
- 1983: Wolfram: přehledový článek o CA, začátek studia CA ve fyzice
- 2002: Wolfram: A New Kind of Science

# Základní charakteristiky CA

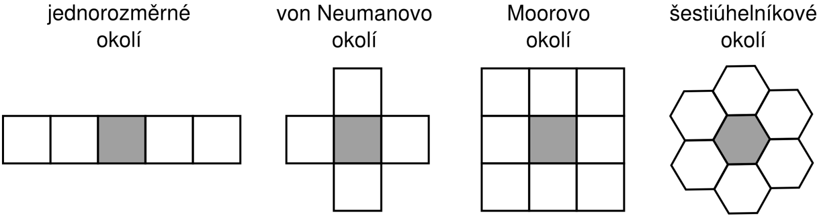
| | |
|---|---|
| diskrétní prostor | mřížka buněk |
| homogenita | všechny buňky identické |
| diskrétní stavy | každá buňka může mít jen konečný počet stavů |
| lokální interakce | stav buňky určen jen na základě blízkého okolí |
| diskrétní dynamika | stav se mění synchronizovaně, v diskrétních časových krocích |

# Mřížka

- jednorozměrná
- dvourozměrná: obdélníková, šestiúhelníková, ...
- vícerozměrná

# Okolí buňky

$N(i)$ - okolí buňky $i$, příklady:



# Okrajová podmínka

- teorie – nekonečné mřížky
- simulace – konečné mřížky
  - periodická okrajová podmínka (kružnice, torus)
  - fixní hodnota okrajových buněk

# Lokální stavy

- konečná množina lokálních stavů: $\Sigma = \{0, \ldots, k-1\}$
- stav $i$-té buňky v čase $t$ značíme $\sigma_i(t) \in \Sigma$

# Přechodové pravidlo

Pravidlo určuje následující stav na základě stavů buněk v okolí:

- $\phi : \Sigma^n \to \Sigma$, kde $n$ je velikost okolí
- $\sigma_i(t+1) = \phi(\sigma_j(t), j \in N(i))$

# Speciální třídy CA

Zpřísněním požadavků na přechodovou funkci dostáváme speciální třídy CA:

| | |
|---|---|
| legal | zachování „klidového“ stavu + symetrie |
| totalistic | přechodová funkce pracuje pouze se součtem hodnot z okolí |
| outer-totalistic | rozhoduje stav buňky + součet z ostatních |
| additive | lineární funkce (modulo $k$) přes hodnoty z okolí |

# Sémantika: stavový prostor

- stav automatu: přiřazení lokálních stavů všem buňkám ($M \to \Sigma$)
- deterministické: každý stav má právě jednoho následníka
- konečná mřížka $\to$ konečný stavový prostor $\to$ každý výpočet se časem zacyklí

# Jednorozměrné CA

- $k$ stavů, $r$ velikost okolí
- pravidlo tvaru:

$$\sigma_i(t+1) = \phi(\sigma_{i-r}(t), \dots, \sigma_i(t), \dots, \sigma_{i+r}(t))$$

# Zakreslení dynamiky

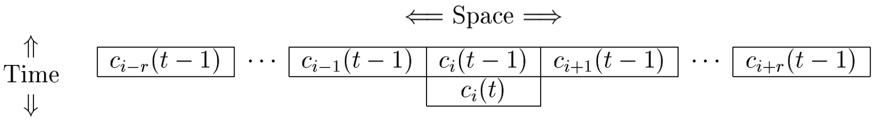
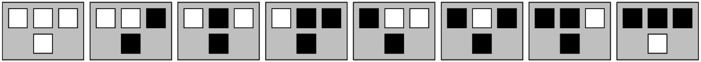



**Figure 15.1** The neighborhood of a one-dimensional cellular automaton

G. Flake, *The Computational Beauty of Nature*

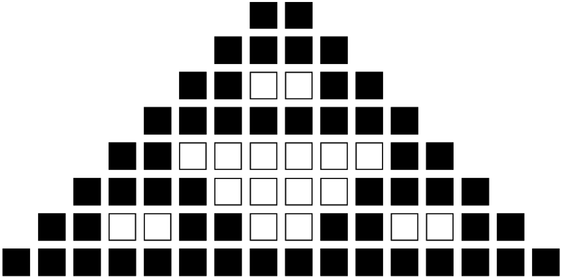
# Příklad: pravidla

| $c_{i-1}(t-1)$ | $c_i(t-1)$ | $c_{i+1}(t-1)$ | $c_i(t)$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |



G. Flake, *The Computational Beauty of Nature*

# Příklad: dynamika



G. Flake, *The Computational Beauty of Nature*

# Wolframova klasifikace

**Třída I** Vývoj spěje vždy do fixního stavu, ve kterém se již stav buněk nemění.

**Třída II** Vývoj spěje k jednoduchým periodickým strukturám, které se neustále opakují.

**Třída III** Aperiodické, chaotické, náhodně vypadající chování.

**Třída IV** Složité vzory, které se pohybují „prostorem“.

# Třída I: ukázky

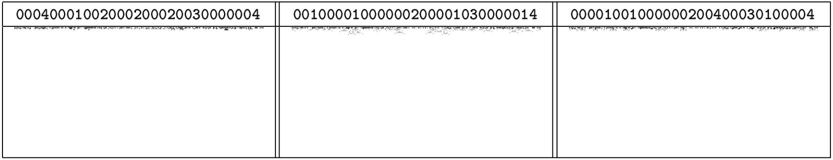



**Figure 15.5** Examples of Wolfram's Class I

G. Flake, *The Computational Beauty of Nature*

# Třída II: ukázky

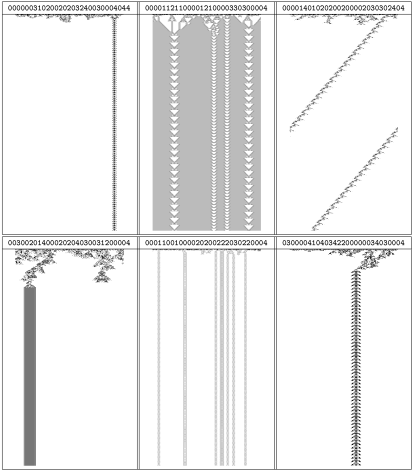



**Figure 15.6** Examples of Wolfram's Class II

G. Flake, *The Computational Beauty of Nature*

# Třída III: ukázky

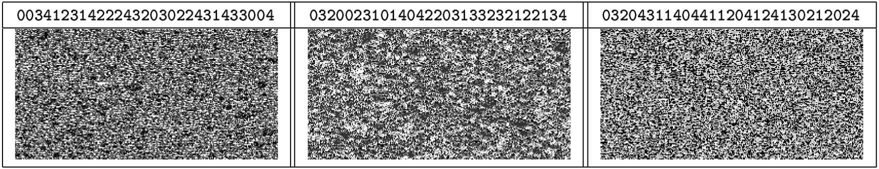



**Figure 15.7** Examples of Wolfram's Class III

G. Flake, *The Computational Beauty of Nature*

# Třída IV: ukázky

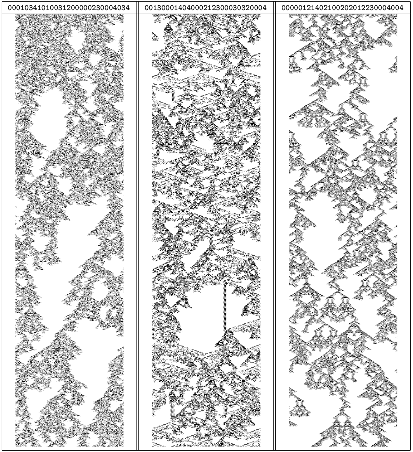



**Figure 15.8** Examples of Wolfram's Class IV

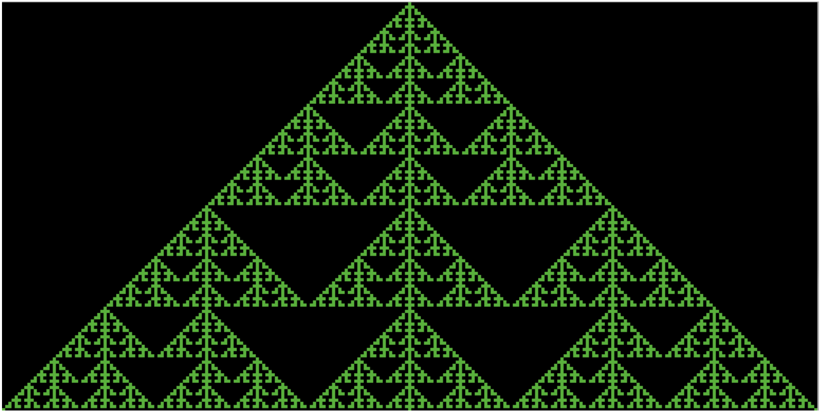
G. Flake, *The Computational Beauty of Nature*

# Srovnání s programy (vyčíslitelnost)

| | |
|---|---|
| Třída I (fixní stav) | triviální programy (bez cyklů či omezený počet opakování) |
| Třída II (jednoduché cyklení) | programy, které se triviálně zacyklí |
| Třída III (chaos) | generátor náhodných čísel |
| Třída IV (komplexní vzory) | programy, které dělají zajímavé věci |

# NetLogo realizace, příklad

`Netlogo Models Library / Computer Science / Cellular Automata / CA 1D Elementary`



# Langtonův parametr a Wolframovy třídy

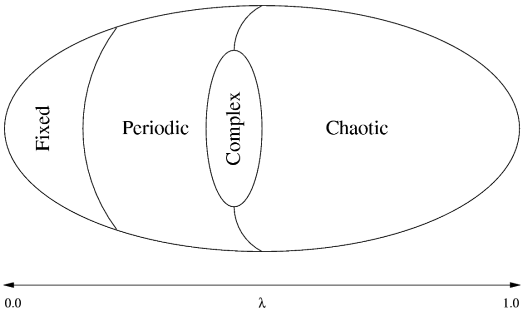



**Figure 15.9** Langton's schematic representation of CA rule space characterized by the $\lambda$ parameter

G. Flake, *The Computational Beauty of Nature*

# Langtonův parametr

- jeden ze stavů označíme za „klidový“ stav $q$
- $N$ - celkový počet pravidel
  pro jednorozměrný automat s $k$ lokálními stavy a okolím velikosti $r$ je $N = k^{2r+1}$
- $n_q$ - počet pravidel, která vedou do klidového stavu $q$
- Langtonův lambda parametr:

$$\lambda = \frac{N - n_q}{N}$$

# Poznámky

- připomenutí základního poselství:
  Jednoduchá pravidla mohou generovat složitá chování.
- model může inspirovat k zajímavým úvahám i bez toho, aby modeloval něco zcela konkrétního

# Hra Život

- čtverečkovaná síť buněk, sousedi se počítají i diagonálně
- stavy buněk: živá, mrtvá
- hraje se na kola
- pokud je buňka živá:
  - $< 2$ sousedi $\Rightarrow$ umírá na osamělost
  - $> 3$ sousedi $\Rightarrow$ umírá na přehuštění
  - $2 \vee 3$ sousedi $\Rightarrow$ přežívá
- pokud je buňka mrtvá:
  - 3 sousedi $\Rightarrow$ ožívá
  - jinak zůstává mrtvá

# Cíle návrhu pravidel

Autor Conwey, inspirován von Neumannem, výzkumem sebe-reprodukce.
Cíl: jednoduché pravidlo s náročnou předpověditelností.

- Pro žádnou počáteční konečnou konfiguraci by nemělo být triviálně dokazatelné, že roste nade všechny meze.
- Měly by existovat počáteční konfigurace, které (alespoň zdánlivě) rostou nade všechny meze.
- Měly by existovat počáteční konfigurace, které se vyvíjejí a mění dlouhou dobu než upadnou do stabilního stavu (resp. krátkého oscilujícího cyklu).

# Nekonečný růst

- Conwayova hypotéza: „nekonečný růst ve hře Život není možný"
- nabídl $50 tomu, kdo to dokáže nebo vyvrátí
- hypotéza neplatí
  - dokázáno během 1 roku
  - tým z MIT
  - nalezli konfiguraci vedoucí k „nekonečnému růstu"

# Proč „Život“?

*Je pravděpodobné, že pokud poskytneme dostatečný prostor a začneme v náhodném stavu, tak po dostatečně dlouhé době osídlí části prostoru inteligentní sebe-reprodukující bytosti.*
(J. H. Conway)

Hra má schopnost z náhodného stavu vytvářet pravidelné a zajímavé struktury (srovnej *primordial soup*).

# Stabilní konfigurace

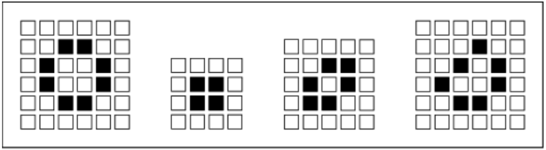


**Figure 15.11** Examples of static objects in Conway's Game of Life

G. Flake, *The Computational Beauty of Nature*

# Periodické konfigurace

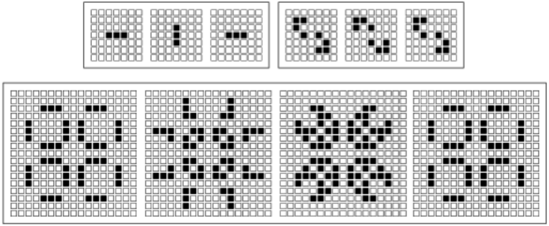


**Figure 15.12** Examples of simple periodic objects in Conway's Game of Life

G. Flake, *The Computational Beauty of Nature*

# Pohybující se konfigurace

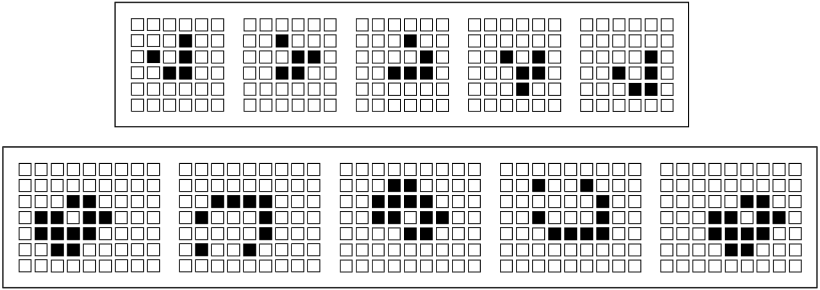


**Figure 15.13** Examples of moving objects in Conway's Game of Life

G. Flake, *The Computational Beauty of Nature*

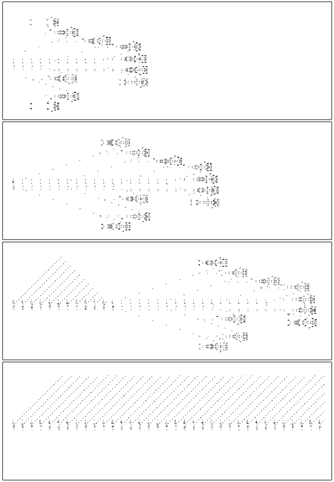


**Figure 15.14** Examples of a breeder in Conway's Game of Life

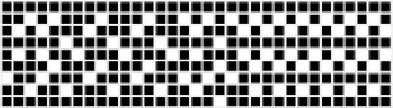
G. Flake, *The Computational Beauty of Nature*

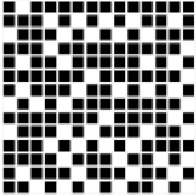
# Další ...

- YouTube: „game of life“, např.
  - https://www.youtube.com/watch?v=C2vgICfQawE
  - https://www.youtube.com/watch?v=R9Plq-D1gEk
- http://www.conwaylife.com/
- http://www.conwaylife.com/wiki/Main_Page

# Garden of Eden

Konfigurace, která nemá předchůdce.





# Turingovská síla CA

- pro každý TS existuje CA, který zadaný TS simuluje (jednoduché)
- pro každý TS a slovo *w* existuje konečná počáteční konfigurace hry Život, která simuluje výpočet TS nad tímto slovem
- platí dokonce i pro jednorozměrné pravidlo R110 (2 hodnoty, okolí velikosti 1)

# Simulace Turingova stroje pomocí hry Život

- data = gliders (kluzáci)
  důležité prvky: anihilace (srážka dvou kluzáků), eater (požírač kluzáků)
- data stream = glider gun
- logické funkce – viz obrázek
- paměť – registry (viz Minského stroj)

# Simulace logických funkcí

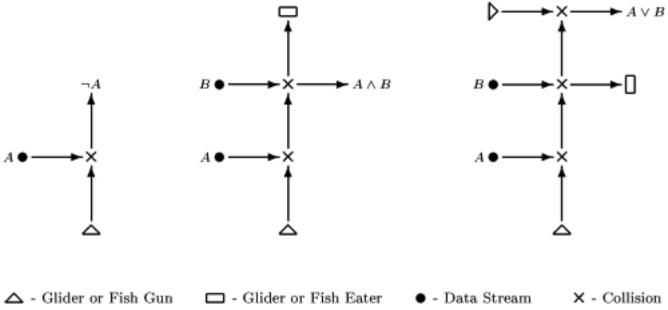



**Figure 15.15** Constructing logical primitives in Life

G. Flake, *The Computational Beauty of Nature*

# Základní poselství: připomenutí

Jednoduchá pravidla mohou vést ke složitému chování.

# Sebe-reprodukce

Počáteční impuls pro studium CA, von Neuman:

- pozorování:
  - reprodukce v přírodě: udržení (zvyšování) složitosti
  - stroje: snižování složitosti
- kritéria návrhu:
  - univerzální stroj: dokáže dle popisu sestrojit cokoliv
  - sebe-reprodukce: dokáže vyrobit vlastní kopii
- sestrojil takový automat, 29 lokálních stavů, velmi komplikovaný

# Langtonův automat

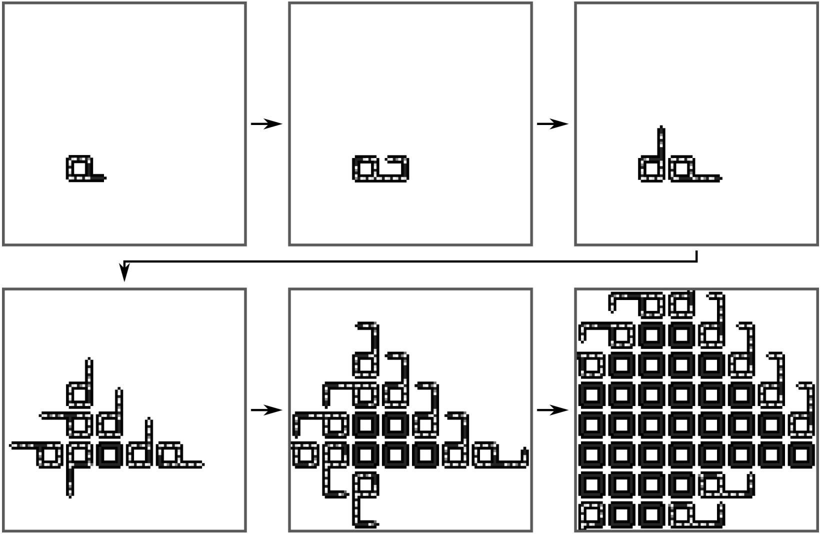
Langton:

- volnější definice sebe-reprodukce: studuje, co je pro sebe-reprodukci „nutné“ (nikoliv „dostatečné“)
- kritéria návrhu:
    - řízení reprodukce nemá být pasivní - řízeno nejen mechanismem (pravidly)
    - aktivní role struktury, která se sebe-reprodukuje

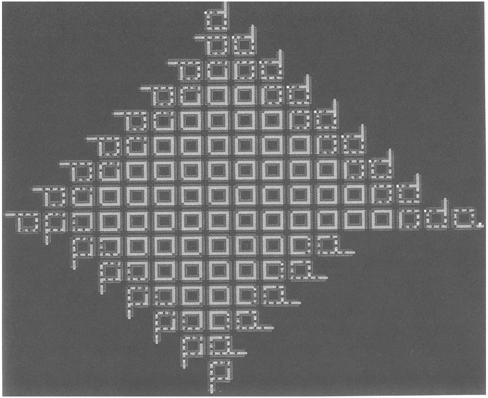
| $\sigma_C\sigma_T\sigma_R\sigma_B\sigma_L \longrightarrow \sigma'_C$ | $\sigma_C\sigma_T\sigma_R\sigma_B\sigma_L \longrightarrow \sigma'_C$ | $\sigma_C\sigma_T\sigma_R\sigma_B\sigma_L \longrightarrow \sigma'_C$ | $\sigma_C\sigma_T\sigma_R\sigma_B\sigma_L \longrightarrow \sigma'_C$ | $\sigma_C\sigma_T\sigma_R\sigma_B\sigma_L \longrightarrow \sigma'_C$ |
|---|---|---|---|---|
| 00000 → 0 | 02527 → 1 | 11322 → 1 | 20242 → 2 | 30102 → 1 |
| 00001 → 2 | 10001 → 1 | 12224 → 4 | 20245 → 2 | 30122 → 0 |
| 00002 → 0 | 10006 → 1 | 12227 → 7 | 20252 → 0 | 30251 → 1 |
| 00003 → 0 | 10007 → 7 | 12243 → 4 | 20255 → 2 | 40112 → 0 |
| 00005 → 0 | 10011 → 1 | 12254 → 7 | 20262 → 2 | 40122 → 0 |
| 00006 → 3 | 10012 → 1 | 12324 → 4 | 20272 → 2 | 40125 → 0 |
| 00007 → 1 | 10021 → 1 | 12327 → 7 | 20312 → 2 | 40212 → 0 |
| 00011 → 2 | 10024 → 4 | 12425 → 5 | 20321 → 6 | 40222 → 1 |
| 00012 → 2 | 10027 → 7 | 12426 → 7 | 20322 → 6 | 40232 → 6 |
| 00013 → 2 | 10051 → 1 | 12527 → 5 | 20342 → 2 | 40252 → 0 |
| 00021 → 2 | 10101 → 1 | 20001 → 2 | 20422 → 2 | 40322 → 1 |
| 00022 → 0 | 10111 → 1 | 20002 → 2 | 20512 → 2 | 50002 → 2 |
| 00023 → 0 | 10124 → 4 | 20004 → 2 | 20521 → 2 | 50021 → 5 |
| 00026 → 2 | 10127 → 7 | 20007 → 1 | 20522 → 2 | 50022 → 5 |
| 00027 → 2 | 10202 → 6 | 20012 → 2 | 20552 → 1 | 50023 → 2 |
| 00032 → 0 | 10212 → 1 | 20015 → 2 | 20572 → 5 | 50027 → 2 |
| 00052 → 5 | 10221 → 1 | 20021 → 2 | 20622 → 2 | 50052 → 0 |
| 00062 → 2 | 10224 → 4 | 20022 → 2 | 20672 → 2 | 50202 → 2 |
| 00072 → 2 | 10226 → 3 | 20023 → 2 | 20712 → 2 | 50212 → 2 |
| 00102 → 2 | 10227 → 7 | 20024 → 2 | 20722 → 2 | 50215 → 2 |
| 00112 → 0 | 10232 → 7 | 20025 → 0 | 20742 → 2 | 50222 → 0 |
| 00202 → 0 | 10242 → 4 | 20026 → 2 | 20772 → 2 | 50224 → 4 |
| 00203 → 0 | 10262 → 6 | 20027 → 2 | 21122 → 2 | 50272 → 2 |
| 00205 → 0 | 10264 → 4 | 20032 → 6 | 21126 → 1 | 51212 → 2 |
| 00212 → 5 | 10267 → 7 | 20043 → 3 | 21222 → 2 | 51222 → 0 |
| 00222 → 0 | 10271 → 0 | 20051 → 7 | 21224 → 2 | 51242 → 2 |
| 00232 → 2 | 10272 → 7 | 20052 → 2 | 21226 → 2 | 51272 → 2 |
| 00522 → 2 | 10542 → 7 | 20057 → 5 | 21227 → 2 | 60001 → 1 |
| 01232 → 1 | 11112 → 1 | 20072 → 2 | 21422 → 2 | 60002 → 1 |
| 01242 → 1 | 11122 → 1 | 20102 → 2 | 21522 → 2 | 60212 → 0 |
| 01252 → 5 | 11124 → 4 | 20112 → 2 | 21622 → 2 | 61212 → 5 |
| 01262 → 1 | 11125 → 1 | 20122 → 2 | 21722 → 2 | 61213 → 1 |
| 01272 → 1 | 11126 → 1 | 20142 → 2 | 22227 → 2 | 61222 → 5 |
| 01275 → 1 | 11127 → 7 | 20172 → 2 | 22244 → 2 | 70007 → 7 |
| 01422 → 1 | 11152 → 2 | 20202 → 2 | 22246 → 2 | 70112 → 0 |
| 01432 → 1 | 11212 → 1 | 20203 → 2 | 22276 → 2 | 70122 → 0 |
| 01442 → 1 | 11222 → 1 | 20205 → 2 | 22277 → 2 | 70125 → 0 |
| 01472 → 1 | 11224 → 4 | 20207 → 3 | 30001 → 3 | 70212 → 0 |
| 01625 → 1 | 11225 → 1 | 20212 → 2 | 30002 → 2 | 70222 → 1 |
| 01722 → 1 | 11227 → 7 | 20215 → 2 | 30004 → 1 | 70225 → 1 |
| 01725 → 5 | 11232 → 1 | 20221 → 2 | 30007 → 6 | 70232 → 1 |
| 01752 → 1 | 11242 → 4 | 20222 → 2 | 30012 → 3 | 70252 → 5 |
| 01762 → 1 | 11262 → 1 | 20227 → 2 | 30042 → 1 | 70272 → 0 |
| 01772 → 1 | 11272 → 7 | 20232 → 1 | 30062 → 2 | |

Table 11.1 Transition function table for Langton's self-reproducing loops (taken from table 1 in [lang86]). Neighborhoods are defined by $\begin{pmatrix} & \sigma_T & \\ \sigma_L & \sigma_C & \sigma_R \\ & \sigma_B & \end{pmatrix} \longrightarrow \sigma'_C$.

## Sebe-reprodukce a emergence

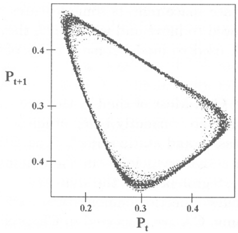


## Sebe-reprodukce a emergence



# Emergence

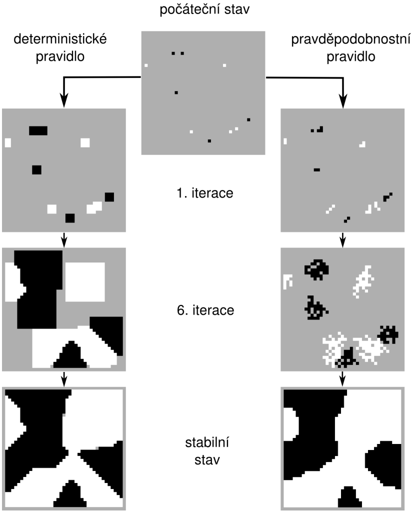
- „vynořující se chování“
- příklad: 4D mřížka, lokálně chování náhodné, graf znázorňuje počty aktivovaných buněk ve dvou po sobě jdoucích iteracích ($\rightarrow$ struktura)
- tématem se budeme zabývat u ABM



# Rozšíření CA

| | |
|---|---|
| pravděpodobnostní | pravidla nejsou deterministická, ale pravděpodobnostní |
| nehomogenní | uvolnění požadavku na identitu buněk |
| strukturně dynamické | mění se nejen hodnota buněk, ale i vlastní mřížka (tj. okolí jednotlivých buněk) |
| spojité | např. hodnoty z intervalu [0, 1] |

# Deterministické vs. pravděpodobnostní



# Ukázky Netlogo

`Netlogo Models Library / Computer Science / Cellular Automata`

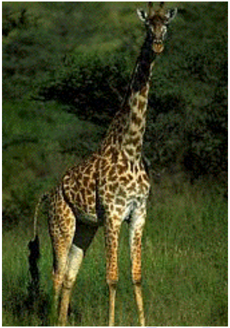
- `CA 1D Totalistic` – 3 stavy, pravidlo podle součtu
- `CA Stochastic` – pravděpodobnostní
- `CA Continuous` – spojitý

# Základní oblasti aplikace CA

- modelování a simulace: dynamické systémy (např. proudění vody), formace vzorů, ...
- výpočetní mechanismus (hardwarová implementace)
- fundamentální modely fyziky (vesmír na principu CA)

# Vzory v přírodě



# Vznik vzorů jako CA

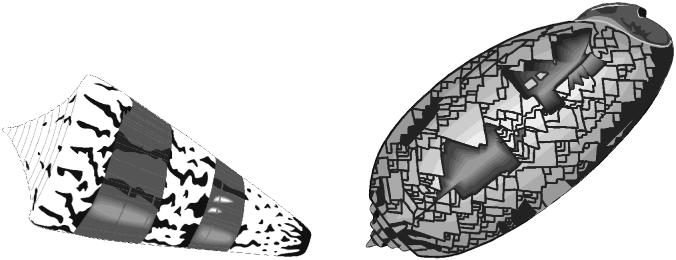
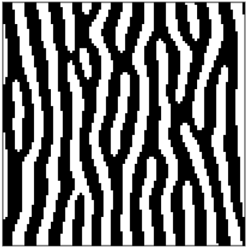
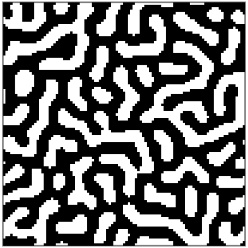
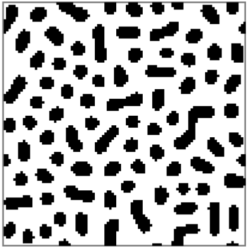


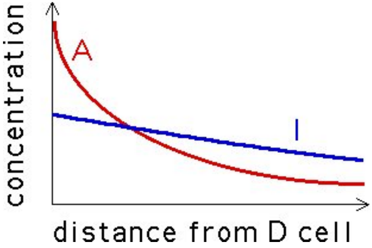
**Figure 15.17** Seashells and CA: The process by which seashells are created has been likened to a one-dimensional CA

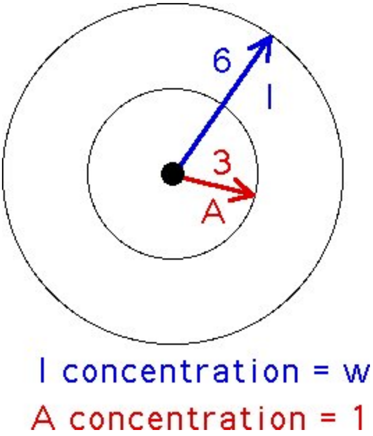
# Model

Netlogo Models Library / Biology / Fur

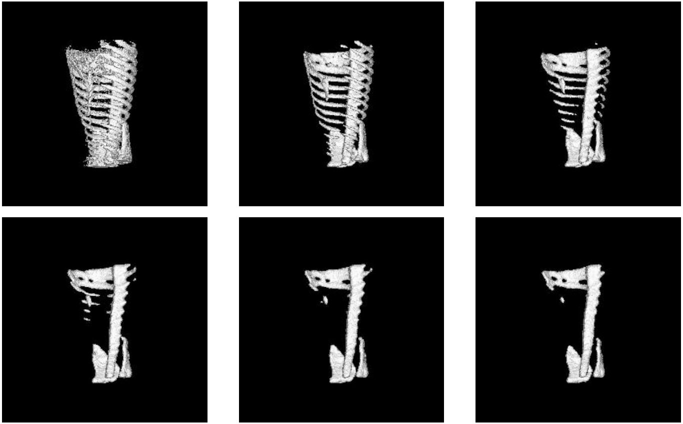




# Model – princip



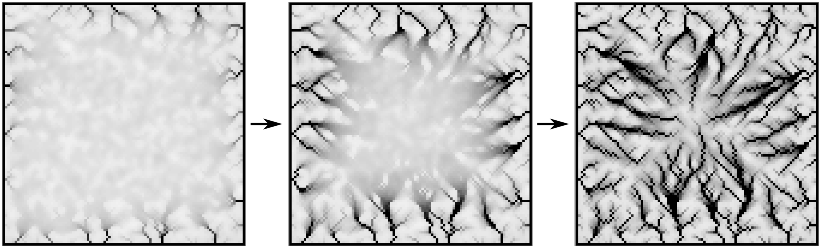



# Rozpad kostí



# Eroze

Netlogo Models Library / Earth Science / Erosion



Rozšíření: voda v krajině – ilustrace vlivu stromů na koloběh vody

# Požár

`Netlogo Models Library / Earth Science / Fire`

- šíření požáru v lese
- (rozšíření, námět na projekt: požáry a hašení – ilustrace dopadu hašení na velikost požáru)
- jak závisí velikost požáru na parametru hustoty?

# Požár

`Netlogo Models Library / Earth Science / Fire`

- šíření požáru v lese
- (rozšíření, námět na projekt: požáry a hašení – ilustrace dopadu hašení na velikost požáru)
- jak závisí velikost požáru na parametru hustoty?
- ilustrace fázového přechodu

# Chemie

NetLogo Models Library / Chemistry & Physics

- Crystalization / Crystallization Basic
- Chemical Reactions / B-Z reaction
  Belousov-Zhabotinsky reaction
  http://www.youtube.com/watch?v=GEF_NtTNeMc&NR=1
- Waves / Lattice Gas Automaton
- Heat / Boiling
- a mnohé další ...

# Sociální systémy

`NetLogo Models Library / Social Science / Voting`

- „majority rule“
- jednoduchý základní model, který se dále rozšiřuje (např. sociální sítě)
- spojitost Ising model, magnetismus

# Souvislosti

**ABM** agent based modeling – viz příští přednáška

**modelování biologických procesů** růst, formace vzorů, ...

**vyčíslitelnost** nepředvídatelnost, univerzalita, ...

**chaos** sensitivita k počátečním podmínkám, bifurkace, přechod od řádu k chaosu, ...

**fyzika** nový pohled na základní principy fyziky

# Nový pohled na fyziku

- vesmír jako CA? (diskrétní čas i prostor)
- paralela s „objevováním“ dynamiky R110
    - při pohledu zvenčí můžeme vidět spoustu zajímavých jevů: pohybující se „částice“ a jejich kolize, …
    - přitom základní mechanismus je triviální
- viz též `https://xkcd.com/505/`

# Shrnutí

- jednoduchá pravidla, lokální interakce
- studujeme systémy „od spodu“

Jednoduchá pravidla mohou vést ke složitému chování.