

# MODÁLNÍ LOGIKY

nutnost, možnost, důvěra, "bude platit..."

$\Box A$

musí platit A

vždy platí A

$\Diamond A$

může platit A

někdy platí A

obvykle:  $\Diamond A = \neg \Box \neg A$

také:  $\Box A$  (KA) "věříme, že platí A"

$W$ ... množina možných světů

$w \in W$   $w \Vdash A$  "A platí ve  $w$ "

posloupnost světů,  $S$ ... relace následnosti  
přístupnosti.  
 $u S v$

$w \Vdash \Box A$  ... A platí ve všech světech  
následujících po  $w$   
přístupných z  $w$

Axiomatický přístup

+ axiom  $\Box(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\Box\alpha \rightarrow \Box\beta)$

+ pravidlo nutnosti:  $\frac{\alpha}{\Box\alpha}$



Minimální temporální logika K  
 $\equiv$  žádné omezení na relaci R

Výrok je K-validní, jestliže platí pro každé  $T, R, h$

$K \equiv$  množina všech K-validních výroků

### Axiomy

(A1)  $A$ , kde  $A$  je tautologie

(A2)  $G(A \rightarrow B) \rightarrow (GA \rightarrow GB)$

(A3)  $H(A \rightarrow B) \rightarrow (HA \rightarrow HB)$

(A4)  $A \rightarrow HFA$

(A5)  $A \rightarrow GPA$

(A6)  $GA$  pro každý axiom  $A$

(A7)  $HA$  pro každý axiom  $A$

(MP)  $A \wedge (A \rightarrow B) \rightarrow B$  (modus ponens)

branching time

$$\forall t, s, r : R(t, s) \wedge R(s, r) \rightarrow R(t, r)$$
$$\forall t, s, r : R(t, r) \wedge R(s, r)$$
$$\rightarrow R(t, s) \vee t = s \vee R(s, t)$$

$$(A8) \quad FFA \rightarrow FA$$

$$(A9) \quad PA \wedge PB \rightarrow P(A \wedge B) \vee P(A \wedge PB) \vee P(PA \wedge B)$$

lineární čas

$$\forall s, t : R(s, t) \vee s = t \vee R(t, s)$$

$$(A10) \quad FA \wedge FB \rightarrow F(A \wedge B) \vee F(A \wedge FB) \vee F(FA \wedge B)$$

čas bez začátku a konce

$$\forall s \exists t : R(t, s)$$
$$\forall s \exists t : R(s, t)$$

$$(A11) \quad GA \rightarrow FA$$

$$(A12) \quad HA \rightarrow PA$$

hustota času (isom. s  $\mathbb{Q}$ )

$$\forall s \neq t \exists r : R(s, t) \rightarrow R(s, r) \wedge R(r, t)$$

$$(A13) \quad FA \rightarrow FFA$$

spojitý čas

$$(A14) \quad \Box (GA \rightarrow PGA) \rightarrow (GA \rightarrow HA)$$

$$( \Box B = GB \wedge HB \wedge B )$$