7. Opakování rezoluce, PNF, Skolemizace

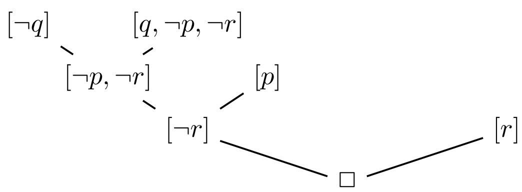
Příklad 1. Reprezentujte následující logické vyplývání jako program v Prologu a pomocí SLD rezoluce ukažte, že platí.

$$((p \wedge (r \vee s)) \Rightarrow q) \wedge (p \wedge r) \models q$$

Řešení 1. Program v Prologu:

$$\begin{array}{l} q :- p, r. \\ q :- p, s. \\ p. \\ r. \\ ?- q. \end{array}$$

SLD rezoluce:



Příklad 2. Můžeme provádět následující chemické reakce:

$$MgO + H_2 \to Mg + H_2O$$

$$C + O_2 \to CO_2$$

$$CO_2 + H_2O \to H_2CO_3$$

a máme k dispozici (libovolné množství) následujících prvků nebo sloučenin: C, H_2, O_2 a MgO. Vyjádřete možné reakce jako program v Prologu a proveďte rezoluční důkaz, že můžeme získat H_2CO_3.

Řešení 2. Reakcím odpovídají následující formule:

$$MgO \wedge H_2 \Rightarrow Mg \wedge H_2O$$

$$C \wedge O_2 \Rightarrow CO_2$$

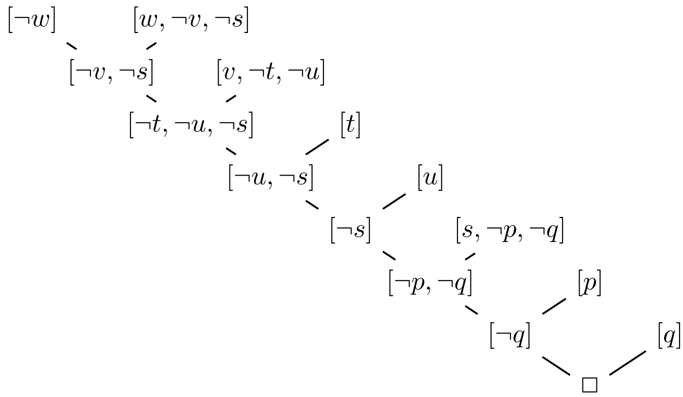
$$CO_2 \wedge H_2O \Rightarrow H_2CO_3$$

Označme:
$p = MgO, q = H_2, r = Mg, s = H_2O, t = C, u = O_2, v = CO_2, w = H_2CO_3$

Převod do Prologu:

$$\begin{array}{l} r :- p, q. \\ s :- p, q. \\ v :- t, u. \\ w :- v, s. \\ t. \\ q. \\ u. \\ p. \\ ?- w. \end{array}$$

SLD rezoluce:



Příklad 3. Převeďte na normální prenexovou formu a proveďte Skolemizaci

a) $\exists z(\forall y(\exists x P(x,y) \Rightarrow Q(y,z)) \wedge \exists y(\forall x R(x,y) \vee Q(z,y)))$

b) $\forall y \exists x R(x,y) \Leftrightarrow \forall x \forall y P(x,y)$

c) $(\forall x \exists y Q(x,y) \vee \exists x \forall y P(x,y)) \wedge \neg \exists x \exists y P(x,y)$

d) $\neg(\forall x \exists y P(x,y) \Rightarrow \exists x \exists y R(x,y)) \wedge \forall x(\neg \exists y Q(x,y))$

Řešení 3.

a)

$$\begin{aligned}
& \exists z(\forall y(\exists x P(x,y) \Rightarrow Q(y,z)) \wedge \exists y(\forall x R(x,y) \vee Q(z,y))) \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow\ & \exists z(\forall y(\neg\exists x P(x,y) \vee Q(y,z)) \wedge \exists y(\forall x R(x,y) \vee Q(z,y))) \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow\ & \exists z(\forall y(\neg\exists x P(x,y) \vee Q(y,z)) \wedge \exists y_1(\forall x_1 R(x_1,y_1) \vee Q(z,y_1))) \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow\ & \exists z(\forall y(\forall x \neg P(x,y) \vee Q(y,z)) \wedge \exists y_1(\forall x_1 R(x_1,y_1) \vee Q(z,y_1))) \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow\ & \exists z(\forall y \forall x(\neg P(x,y) \vee Q(y,z)) \wedge \exists y_1 \forall x_1(R(x_1,y_1) \vee Q(z,y_1))) \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow\ & \exists z \forall y \forall x((\neg P(x,y) \vee Q(y,z)) \wedge \exists y_1 \forall x_1(R(x_1,y_1) \vee Q(z,y_1))) \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow\ & \exists z \forall y \forall x \exists y_1 \forall x_1((\neg P(x,y) \vee Q(y,z)) \wedge (R(x_1,y_1) \vee Q(z,y_1)))
\end{aligned}$$

Formule je nyní v prenexové normální konjuktivní formě. Dalším krokem bude Skolemizace formule:

$$\exists z \forall y \forall x \exists y_1 \forall x_1 ((\neg P(x,y) \vee Q(y,z)) \wedge (R(x_1,y_1) \vee Q(z,y_1)))$$
$$\forall y \forall x \exists y_1 \forall x_1 ((\neg P(x,y) \vee Q(y,c)) \wedge (R(x_1,y_1) \vee Q(c,y_1)))$$
$$\forall y \forall x \forall x_1 ((\neg P(x,y) \vee Q(y,c)) \wedge (R(x_1,f(y,x)) \vee Q(c,f(y,x))))$$