

## 1. Převody, interpretace, tabulky, NAND, NOR, XOR

**Příklad 1.** Převeďte věty v přirozeném jazyce na formule ve výrokové logice:

- a) Neběží-li motor, je vada v motoru nebo nejde proud.
- b) Není pravda, že uchazeč umí anglicky i německy.

**Řešení 1.**

- a)  $\neg p \Rightarrow (q \vee \neg r)$ , kde jednotlivé symboly mají následující význam:

- $p$  = motor běží
- $q$  = vada je v motoru
- $r$  = proud jde

- b)  $\neg(p \wedge q)$

- $p$  = uchazeč umí anglicky
- $q$  = uchazeč umí německy

**Příklad 2.** Pro formuli  $\phi$  a interpretaci  $I$  určete  $I(\phi)$ :

- a)  $\phi = [\neg p \Rightarrow (q \wedge \neg q)] \Rightarrow p$ , kde  $I(p) = 1$ ,  $I(q) = 0$
- b)  $\phi = (p \vee q) \Rightarrow (\neg p \wedge q)$ , kde  $I(p) = 1$ ,  $I(q) = 1$
- c)  $\phi = (p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow p)$ , kde  $I(p) = 0$ ,  $I(q) = 1$

**Řešení 2.**

- a) Řešení:  $I(\phi) = 1$
- b) Řešení:  $I(\phi) = 0$
- c) Řešení:  $I(\phi) = 0$

**Příklad 3.** Vytvořte pravdivostní tabulku pro formuli  $\phi$  definovanou takto:

- a)  $\phi = p \Rightarrow (\neg p \Rightarrow q)$
- b)  $\phi = p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$
- c)  $\phi = [(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\neg p \wedge q)] \vee \neg q$
- d)  $\phi = (p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow p)$
- e)  $\phi = (p \Rightarrow q) \Rightarrow [\neg(r \vee q) \Rightarrow \neg(r \vee p)]$

**Řešení 3.**

a)  $\phi = p \Rightarrow (\neg p \Rightarrow q)$

| $p$ | $q$ | $p$ | $\Rightarrow$ | $(\neg p \Rightarrow q)$ |
|-----|-----|-----|---------------|--------------------------|
| 0   | 0   | 0   | <b>1</b>      | 1 0 0                    |
| 0   | 1   | 0   | <b>1</b>      | 1 1 1                    |
| 1   | 0   | 1   | <b>1</b>      | 0 1 0                    |
| 1   | 1   | 1   | <b>1</b>      | 0 1 1                    |

b)  $\phi = p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$

| $p$ | $q$ | $r$ | $p$      | $\Rightarrow$ | $(q \Rightarrow r)$ |
|-----|-----|-----|----------|---------------|---------------------|
| 0   | 0   | 0   | <b>1</b> |               | 1                   |
| 0   | 0   | 1   | <b>1</b> |               | 1                   |
| 0   | 1   | 0   | <b>1</b> |               | 0                   |
| 0   | 1   | 1   | <b>1</b> |               | 1                   |
| 1   | 0   | 0   | <b>1</b> |               | 1                   |
| 1   | 0   | 1   | <b>1</b> |               | 1                   |
| 1   | 1   | 0   | <b>0</b> |               | 0                   |
| 1   | 1   | 1   | <b>1</b> |               | 1                   |

c)  $\phi = [(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\neg p \wedge q)] \vee \neg q$

| $p$ | $q$ | $[(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\neg p \wedge q)]$ | $\vee$   | $\neg q$ |
|-----|-----|-----------------------------------------------------|----------|----------|
| 0   | 0   | 1 0 0                                               | <b>1</b> | 1        |
| 0   | 1   | 1 1 1                                               | <b>1</b> | 0        |
| 1   | 0   | 0 1 0                                               | <b>1</b> | 1        |
| 1   | 1   | 1 0 0                                               | <b>0</b> | 0        |

d)  $\phi = (p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow p)$

| $p$ | $q$ | $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow p)$ |
|-----|-----|---------------------------------------------------|
| 0   | 0   | 1 <b>1</b> 1                                      |
| 0   | 1   | 1 <b>0</b> 0                                      |
| 1   | 0   | 0 <b>1</b> 1                                      |
| 1   | 1   | 1 <b>1</b> 1                                      |

e)  $\phi = (p \Rightarrow q) \Rightarrow [\neg(r \vee q) \Rightarrow \neg(r \vee p)]$

| $p$ | $q$ | $r$ | $(p \Rightarrow q) \Rightarrow [\neg(r \vee q) \Rightarrow \neg(r \vee p)]$ |
|-----|-----|-----|-----------------------------------------------------------------------------|
| 0   | 0   | 0   | 1 <b>1</b> 0 1 0                                                            |
| 0   | 0   | 1   | 1 <b>1</b> 1 1 1                                                            |
| 0   | 1   | 0   | 1 <b>1</b> 1 1 0                                                            |
| 0   | 1   | 1   | 1 <b>1</b> 1 1 1                                                            |
| 1   | 0   | 0   | 0 <b>1</b> 0 0 1                                                            |
| 1   | 0   | 1   | 0 <b>1</b> 1 1 1                                                            |
| 1   | 1   | 0   | 1 <b>1</b> 1 1 1                                                            |
| 1   | 1   | 1   | 1 <b>1</b> 1 1 1                                                            |

**Příklad 4.** Určete, ve kterých interpretacích jsou následující formule pravdivé:

a)  $\phi \equiv (p \text{ NAND } q) \text{ XOR } r$

b)  $\phi \equiv (p \text{ NOR } p) \text{ NOR } q$

c)  $\phi \equiv (p \text{ XOR } (p \text{ NAND } q)) \text{ NOR } r$

**Řešení 4.** Vytvoříme pravdivostní tabulky. Pro snazší manipulaci se spojkami *NAND*, *NOR*, *XOR* můžeme použít mezikroky (např. pro podformuli  $p \text{ NAND } q$  zařadíme do tabulky nejprve  $p \wedge q$  a výsledné hodnoty ve sloupci pro konjunkci potom pro *NAND* negujeme).