

# FI - Přijímací zkouška - Matematika

Jméno a příjmení - pište do okénka	Číslo přihlášky	Číslo zadání
		<b>1</b>

Test z matematiky se skládá z 25 otázek, kde vybíráte jednu z možných odpovědí a,b,c,d,e. Právě jedna odpověď je správná. Každá správně zodpovězená otázka je hodnocena jedním bodem, chybně zodpovězená otázka je hodnocena -0,25 bodu. Za více vybraných odpovědí nebo žádnou odpověď se započítá nula bodů. Test je rozdělen na 5 stránek, po přechodu na další stránku se již k předchozím nelze vracet.

## Matematická analýza

**1** Určete obě jednostranné limity  $L = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ ,  $P = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  funkce  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dané předpisem:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x > 0 \\ 2 & x = 0 \\ x + 1 & x < 0 \end{cases}$$

- A  $L = 1$  a  $P$  neexistuje
- B  $L = 2$ ,  $P = \infty$
- C  $L = \infty$ ,  $P = 2$
- \*D  $L = 1$ ,  $P = \infty$
- E  $L = \infty$ ,  $P = 1$

**2** Pro kterou z následujících funkcí platí, že její primitivní funkcí je funkce  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  daná předpisem  $f(x) = x^5 + e^x + 1$ .

- A  $\frac{1}{6}x^6 + e^x + x$
- B  $5x^4 + xe^{x-1}$
- C  $\frac{1}{6}x^6 + \frac{1}{x}e^{x+1}$
- D  $5x^4 + e^x + x$
- \*E  $5x^4 + e^x$

**3** Která z následujících funkcí je periodická:

- A  $x \cos(x)$
- B  $\log(x)$
- C  $\sin(x) + x$
- D  $x^2$
- \*E  $\sin(x) + \cos(x)$

**4** Necht  $h, f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  jsou funkce mající derivace na celém  $\mathbb{R}$  a splňující  $h(x) = f(x) \cdot g(x)$ . Z následujících možností vyberte tu, která nutně implikuje rovnost  $h'(0) = 0$  (symbolem  $h'(0)$  značíme derivaci funkce  $h$  v bodě 0).

- A  $f'(0) = g'(0)$
- B  $g'(0) = 0$  a  $f(0) = 0$
- C  $f'(0) = 0$  a  $g(0) = 0$
- \*D  $f'(0) = 0$  a  $f(0) = 0$
- E  $f(0) = g(0)$

**5** Necht symbol  $\mathbb{R}_{<0}$  značí záporná reálná čísla. Funkce  $f : \mathbb{R}_{<0} \rightarrow \mathbb{R}$  daná předpisem  $f(x) = \frac{1}{x}$  je:

- \*A klesající
- B rostoucí
- C periodická
- D omezená
- E surjektivní

## Lineární algebra

**6** Uvažme následující soustavu rovnic nad  $\mathbb{R}$ :

$$\begin{aligned}x + 3y - z &= 1, \\2x - y + 4z &= 3, \\3x - 5y + 9z &= c.\end{aligned}$$

Které číslo musíme dosadit za  $c$ , aby soustava měla nekonečně mnoho řešení?

- \*A 5
- B Žádná z ostatních odpovědí není správně.
- C 0
- D -1
- E 1

**7** Který funkční předpis **nezadává** lineární zobrazení  $L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ ? ( $u = (u_1, u_2, u_3)$ )

- A  $L(u) = 3u_1 - 2u_2 + u_3$
- B  $L(u) = u_3 - 2u_1$
- \*C  $L(u) = u_1 + u_2 + 1$
- D  $L(u) = 0$
- E  $L(u) = u_1$

**8** Najděte souřadnice vektoru  $(7, 1, 1)$  v bázi  $((1, -1, 0), (2, 1, 1), (0, 1, 2))$ .

**\*A**  $(1, 3, -1)$

**B**  $(1, -9, 2)$

**C**  $(9, -5, 3)$

**D**  $(5, 6, 1)$

**E**  $(2, 6, -2)$

**9** Jaká je dimenze vektorového prostoru generovaného vektory  $(1, 0, 0, 0), (0, 1, 1, 0), (0, 0, 1, 1), (-1, 1, 0, -1)$ ?

**\*A** 3

**B** 4

**C** 5

**D** 1

**E** Dimenzi není možné jednoznačně určit.

**10** Která z následujících matic ve standardní bázi zadává lineární zobrazení  $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ , které odpovídá kolmé projekci na přímku se směrovým vektorem  $(1, 1)$ ? Uvažujte násobení maticí zleva.

**A**  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

**B**  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

**C**  $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

**\*D**  $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

**E**  $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$

## Množiny, relace, funkce, logika

**11** Která z následujících výrokových formulí je tautologie?

**\*A**  $(A \rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$

**B**  $(A \rightarrow B) \Leftrightarrow (A \wedge \neg B)$

**C**  $(A \rightarrow B) \Leftrightarrow (B \rightarrow \neg A)$

**D**  $(A \rightarrow B) \Leftrightarrow (A \wedge B)$

**E**  $(A \rightarrow B) \Leftrightarrow (B \rightarrow A)$

**12** Uvažme relaci ekvivalence na množině reálných čísel takovou, že číslo  $x$  je v relaci s číslem  $y$  právě tehdy, když  $x^2 = y^2$ . Co platí o počtu tříd rozkladu  $a$  o počtu prvků těchto tříd?

**\*A** Relace má nespočetně mnoho tříd rozkladu. Každá třída rozkladu má nejvýše dva prvky.

**B** Relace má spočetně mnoho tříd rozkladu. Každá třída rozkladu má nejvýše dva prvky.

**C** Relace má nespočetně mnoho tříd rozkladu. Každá třída rozkladu má právě dva prvky.

**D** Relace má nespočetně mnoho tříd rozkladu. Každá třída rozkladu má více než dva prvky.

**E** Relace má spočetně mnoho tříd rozkladu. Každá třída rozkladu má více než dva prvky.

**13** Kolik různých podmnožin obsahujících alespoň dva prvky má množina  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ?

- A 27
  - B 5
  - \*C 26
  - D 31
  - E 32
- 

**14** Která z následujících predikátových formulí je negací formule  $\forall x \exists y (P(x) \wedge \neg Q(y))$ ? (P a Q jsou unární predikáty.)

- A  $\exists x \forall y (P(x) \wedge \neg Q(y))$
  - B  $\forall x \exists y (Q(y) \rightarrow P(x))$
  - C  $\forall y \exists x (P(x) \rightarrow Q(y))$
  - \*D  $\exists x \forall y (\neg P(x) \vee Q(y))$
  - E  $\forall x \exists y (\neg P(x) \wedge Q(y))$
- 

**15** Která z následujících funkcí na  $\mathbb{R}$  je injektivní?

- A  $(x + 1)(x^2 - 1)$
  - \*B  $x^3$
  - C  $\sin(x)$
  - D  $\frac{1}{x^2}$
  - E  $x^2$
- 

**16** Uvažme funkce  $f, g, h : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$ , kde  $\mathbb{N}_0$  označuje množinu přirozených čísel s nulou. Funkce  $f$  je zadána předpisem  $f(n) = 4n + 1$ . Funkce  $g$  je zadána předpisem  $g(n) = n + 3$ . Co platí o  $h = g \circ f$  ( $\circ$  značí skládání funkcí)?

- \*A Čísla v obrazu  $h$  jsou dělitelná číslem 4.
  - B  $h$  je surjektivní.
  - C Žádná z ostatních odpovědí není správně.
  - D Čísla v obrazu  $h$  jsou dělitelná číslem 3.
  - E  $h$  je bijektivní.
- 

## Pravděpodobnost

---

**17** Uvažme statistický soubor s prvky 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Jaký je nejnižší možný počet prvků, které musíme k souboru přidat, aby jeho medián byl roven 6?

- A 1
  - B 3
  - C Žádná z ostatních odpovědí není správně.
  - \*D 4
  - E 6
-

**18** Určete počet anagramů slova BANANA. (Anagram je slovo, které vznikne změnou pořadí písmen původního slova.)

- A 120
- B 10
- \*C 60
- D 240
- E 720

**19** Uvažme náhodnou veličinu  $X$  se střední hodnotou 2. Určete střední hodnotu veličiny  $Y = 2X - 1$ .

- A Nelze jednoznačně určit.
- \*B 3
- C 4
- D 2
- E -1

**20** Mějme pravděpodobnostní funkci  $P$  a dva stochasticky nezávislé náhodné jevy  $A$  a  $B$  takové, že  $P(B) \neq 0$ . Které tvrzení obecně platí?

- A  $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$
- B  $P(A) = P(B)$
- \*C  $P(A|B) = P(A)$
- D Žádná z ostatních odpovědí není správně.
- E  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

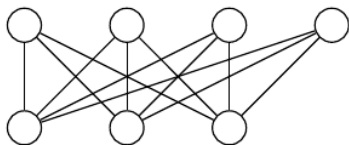
### Teorie grafů

**21** Uvažme hranově ohodnocený neorientovaný graf daný následující maticí sousednosti (nepřítomnost hrany je označena pomocí '-'). Který z vrcholů tohoto grafu má největší vzdálenost od vrcholu  $d$ ?

	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$f$
$a$	-	-	-	9	-	3
$b$	-	-	3	5	4	-
$c$	-	3	-	1	7	3
$d$	9	5	1	-	-	-
$e$	-	4	7	-	-	4
$f$	3	-	3	-	4	-

- \*A  $e$
- B  $a$
- C  $f$
- D  $c$
- E  $b$

**22** Kolik existuje podgrafů izomorfních cyklu délky 4 v následujícím úplném bipartitním grafu  $K_{3,4}$ ?



- A 12
- \*B 18
- C 16
- D 15
- E 24

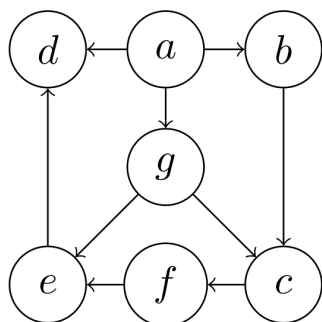
**23** Jaký je maximální možný počet hran úplného grafu na pěti vrcholech  $K_5$ , po jejichž odstranění zůstane graf souvislý?

- A 8
- \*B 6
- C 7
- D 5
- E 9

**24** Necht  $u$  a  $v$  jsou libovolné dva (různé) vrcholy úplného grafu na pěti vrcholech  $K_5$ . Jaký je počet cest délky 3 mezi  $u$  a  $v$ ? (V definici cesty jsou zakázány opakující se vrcholy či hrany.)

- A 3
- B 7
- \*C 6
- D 5
- E 4

**25** Uvažme orientovaný graf na obrázku. Který z následujících vrcholů objevíme při prohledávání do šířky z vrcholu  $a$  dříve než při prohledávání do hloubky z téhož vrcholu? (Pořadí, ve kterém algoritmy objevují sousední vrcholy je dáno **abecedně**.)



- A  $b$
- B  $f$
- C  $e$
- D  $c$
- \*E  $g$