Zadání a řešení testu z matematiky a zpráva
o výsledcích přijímacího řízení do magisterského navazujícího studia od podzimu 2017

Zpráva o výsledcích přijímacího řízení

do magisterského navazujícího studia od podzimu 2017

Počet podaných přihlášek	389
Počet přihlášených uchazečů	358
Počet uchazečů, kteří splnili podmínky přijetí	243
Počet uchazečů, kteří nesplnili podmínky přijetí	116
Počet uchazečů přijatých ke studiu, bez uvedení počtu uchazečů přijatých ke studiu až na základě výsledku přezkoumání původního rozhodnutí	243
Počet uchazečů přijatých celkem	243
Percentil pro přijetí	15,00

Základní statistické charakteristiky

		Informatika	Matematika	Celkem
Počet otázek		30	25	55
Počet uchazečů, kteří se zúčastnili přijímací zkoušky		151	151	151
Nejlepší možný výsledek		30.00	25.00	55.00
Nejlepší skutečně dosažený výsledek		21.50	20.00	36.50
Průměrný výsledek		7.91	7.83	15.74
Medián		7.75	8.00	15.25
Směrodatná odchylka		4.63	4.78	8.17
	Percentil			
Decilové hranice výsledku *	10	2.25	1.50	4.75
	20	4.00	3.25	8.50
	30	5.75	5.00	11.50
	40	6.50	6.75	13.25
	50	7.75	8.00	15.25
	60	8.75	9.25	18.00
	70	10.00	10.50	21.00
	80	12.25	11.50	23.00
	90	13.25	14.50	25.75

* Decilové hranice výsledku zkoušky vyjádřené d1, d2, d3, d4, d5, d6, d7, d8, d9 jsou hranice stanovené tak, že rozdělují uchazeče seřazené podle výsledku zkoušky do stejně velkých skupin, přičemž d5 je medián.

Přijímací zkouška - Matematika

Jméno a příjmení – pište do okénka	*Číslo přihlášky*	*Číslo zadání*
		1

Množiny, relace, funkce, logika

1 Uvažme relaci ekvivalence na množině celých čísel takovou, že číslo a je v relaci s číslem b právě tehdy, když $(|a| = |b| \wedge |a| \leq 2) \vee (|a| > 2 \wedge |b| > 2)$. Kolik má uvedená relace tříd ekvivalence?

A 6
B nekonečně mnoho
C 5
D 2
***E** 4

2 Uvažte následující unární funkce na množině racionálních čísel: $f(x) = x + 1$, $g(x) = 3x$, $h(x) = x^2$. Definujme funkci k jako $f \circ g \circ h \circ f$, kde symbol $\circ$ značí skládání funkcí. Čemu je rovna hodnota $k(1)$?

***A** 13
B 37
C 15
D 38
E 17

3 Předpokládejme, že všechny proměnné jsou interpretované jako prvky množiny A a binární predikátový symbol R je interpretovaný jako nějaká relace uspořádání $\leq$ na množině A. Která z následujících predikátových formulí je pravdivá právě tehdy, když má uspořádání $\leq$ alespoň jeden maximální prvek?

A $\forall x\, \exists y\, (x = y \vee \neg R(x, y))$
B $\exists x\, \forall y\, (x = y \vee \neg R(y, x))$
C $\exists x\, \forall y\, (R(y, x))$
D $\forall x\, \exists y\, (x = y \vee \neg R(y, x))$
***E** $\exists x\, \forall y\, (x = y \vee \neg R(x, y))$

4 Nechť A a B jsou libovolné konečné množiny. Které z následujících tvrzení je obecně pravdivé? (Zde $|A|$ značí počet prvků množiny A a $A \times B$ značí kartézský součin množin A a B.)

A $|A \cup B| = |A| + |B|$
B $|A| < |A \cup B|$
C $|A| \leq |B| \Rightarrow A \subseteq B$
***D** $|A \times B| = |A| \cdot |B|$
E $A \neq B \Rightarrow |A| \neq |B|$

5 Nechť A a B jsou libovolné **tříprvkové** množiny. Kolik existuje různých zobrazení $f\colon A \to B$, která jsou bijekce?

A 3
***B** 6
C 4
D 1
E 9

6 Která z následujících výrokových formulí je sémanticky ekvivalentní s výrokovou formulí $A \Rightarrow \neg(B \wedge \neg C)$?
(Písmena A, B a C značí různé výrokové proměnné.)

A $A \vee (\neg B \vee C)$
B $\neg A \wedge (\neg B \vee C)$
C $A \vee (B \vee C)$
***D** $\neg A \vee (\neg B \vee C)$
E $\neg A \vee (B \vee \neg C)$

Lineární algebra

7 Uvažme následující soustavu rovnic nad $\mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} x + 3y + z &= 5, \\ 3x - 2y - 4z &= 1, \\ 2x + 17y + 9z &= 26. \end{aligned}$$

Které z následujících tvrzení je pravdivé?

A Soustava má nekonečně mnoho řešení, přičemž množina všech řešení tvoří rovinu v $\mathbb{R}^3$.
***B** Soustava nemá žádné řešení.
C Všechny body $\mathbb{R}^3$ jsou řešením dané soustavy.
D Soustava má nekonečně mnoho řešení, přičemž množina všech řešení tvoří přímku v $\mathbb{R}^3$.
E Soustava má právě jedno řešení.

8 Vypočtěte $\begin{pmatrix}3\\1\\2\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}-2 & 6 & 1\end{pmatrix}$.

A 2

B (2)

***C** $\begin{pmatrix}-6 & 18 & 3\\-2 & 6 & 1\\-4 & 12 & 2\end{pmatrix}$

D (5)

E Součin zadaných matic není definován.

---

9 Uvažme matici s její inverzí
$$A = \begin{pmatrix}3 & 1 & 2\\9 & 2 & 5\\4 & 1 & 2\end{pmatrix}, \quad A^{-1} = \begin{pmatrix}a_{11} & X & a_{13}\\a_{21} & Y & a_{23}\\a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{pmatrix}.$$
Určete hodnotu $X + Y$.

A Matice A^{-1} neexistuje.

B -4

C 0

D 2

***E** -2

---

10 Které z následujících zobrazení typu $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ je lineární?

***A** $f(x,y) = 2^2x + 3^2y$
B $f(x,y) = 2xy$
C $f(x,y) = 2x^2 + 3y^2$
D $f(x,y) = (2x+3y)^2$
E $f(x,y) = |2x+3y|$

---

11 Uvažme vektor, jehož souřadnice v bázi $[\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}]$, kde $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbb{R}^3$, jsou $(-3, 2, 4)$. Nalezněte jeho souřadnice v bázi $[\mathbf{w}, \mathbf{u}, 2\mathbf{v}]$.

A $(-3, 2, 4)$
***B** $(4, -3, 1)$
C $(4, -3, 4)$
D $(-3, 2, 8)$
E $(-3, 2, 2)$

Matematická analýza

---

12 Funkce $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ daná předpisem $f(x) = \sin(x^2)$ je:

***A** sudá
B injektivní
C lichá
D periodická
E surjektivní

---

13 Bagr se pohybuje po přímce. Jeho poloha je pro čas $t \in [0, 10]$ dána funkcí
$f(t) = 2t^3 - 21t^2 + 60t - 41$.
Určete nejmenší čas $t \in (0, 10)$, ve kterém bagr zastaví.

A Bagr nezastaví v žádném čase $t \in (0, 10)$.

***B** $t = 2$

C $t = \frac{19-\sqrt{33}}{4}$

D $t = 1$

E $t = 5$

---

14 Spočtěte integrál $\displaystyle\int_0^\pi x \sin x \,\mathrm{d}x$.

A $\pi + 2$
B $-\pi$
***C** π
D 0
E $-\pi + 2$

---

15 Nechť $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ je spojitá funkce, která splňuje $f(0) = f(10) = 10$. Rozhodněte, které z následujících tvrzení je obecně pravdivé.

A Má-li f derivaci na celém intervalu $[0, 10]$, pak na tomto intervalu nabývá globálního minima.
B Funkce f má v každém bodě konečnou derivaci.
***C** Má-li f konečnou derivaci na celém intervalu $[0, 10]$, pak existuje $x_0 \in [0, 10]$ takové, že $f'(x_0) = 0$.
D Existuje $x_0 \in \mathbb{R}$, kde funkce nabývá svého globálního extrému.
E Existuje $x_0 \in (0, 10)$ takové, že $f(x_0) = 10$.

---

16 Vypočtěte limitu $\lim_{x\to 0}\frac{2^x-1}{x}$.
(Funkce $\ln x$ značí přirozený logaritmus čísla x.)

A 1

B $\log_2 e$

C ∞

D $\frac{1}{\ln 2}$

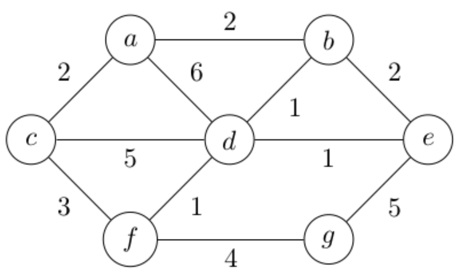
***E** $\ln 2$

Teorie grafů

17 Nechť G je libovolný hranově ohodnocený orientovaný graf s nezáporným ohodnocením hran. Pro libovolnou dvojici vrcholů u, v grafu G označme $\delta(u,v)$ délku libovolné nejkratší cesty (vzhledem k součtu ohodnocení hran) z vrcholu u do vrcholu v. Pokud cesta mezi danými vrcholy neexistuje, nechť $\delta(u,v)=\infty$. Které z následujících tvrzení obecně platí pro libovolné vrcholy u, v, w grafu G?

***A** $\delta(u,w) \le \delta(u,v)+\delta(v,w)$
B $\delta(u,w) \ge \delta(u,v)+\delta(v,w)$
C $\delta(u,w) = \delta(u,v)+\delta(v,w)$
D $\delta(u,w) = \delta(u,v)+\delta(v,w)-1$
E $\delta(u,w) = \delta(w,u)$

18 Uvažme následující hranově ohodnocený neorientovaný graf G:



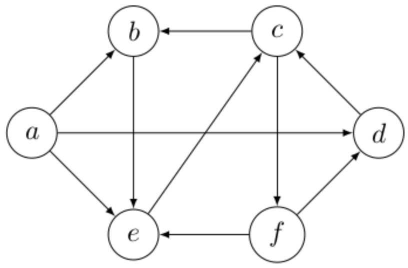
Jaká je cena (vzhledem k součtu ohodnocení hran) libovolné minimální kostry grafu G?

A 13
***B** 11
C 5
D 7
E 9

19 Kolik existuje různých neizomorfních neorientovaných grafů o 4 vrcholech?

A 8
B 9
C 10
***D** 11
E 12

20 Uvažme následující orientovaný graf:



Rozhodněte, která z následujících posloupností vrcholů **může vzniknout** jako pořadí objevení vrcholů při prohledání grafu **do šířky** z vrcholu a. (Nepředpokládáme žádné uspořádání na vrcholech. Pořadí, ve kterém algoritmus prohledání do šířky objevuje nové vrcholy, tedy není jednoznačně dáno.)

A a, b, d, e, f, c
B a, b, d, c, e, f
C a, b, e, c, f, d
***D** a, e, b, d, c, f
E a, b, c, d, e, f

21 Kolik nejméně hran může mít **souvislý neorientovaný graf** o n vrcholech pro $n \ge 1$?

A 1
B $2n$
C 0
***D** $n-1$
E n

Pravděpodobnost

22 Uvažme statistický soubor s hodnotami $1, 1, 2, 2, 2, 4, 8, 8, x, x$. Jaká musí být hodnota x, aby byl průměr tohoto statistického souboru roven 4?

A 5
B 3
***C** 6
D 4
E 7

23 Student si u zkoušky losuje 2 otázky z 10 a pravděpodobnost vylosování každé z otázek je stejná. Jaká je pravděpodobnost, že si student u zkoušky vylosuje alespoň jednu otázku, kterou se nenaučil, pokud se naučil 7 otázek?

A $\frac{2}{7}$

B $\frac{1}{7}$

C $\frac{7}{15}$

D $\frac{3}{10}$

***E** $\frac{8}{15}$

24 Uvažujme dva nezávislé hody kostkou. Určete pravděpodobnost jevu, že ve druhém hodu padlo číslo 4 za podmínky, že v prvním hodu padlo číslo menší než v hodu druhém.

A $\frac{1}{7}$

B $\frac{1}{6}$

C $\frac{2}{7}$

***D** $\frac{1}{5}$

E $\frac{2}{5}$

25 Uvažme náhodnou veličinu X, která je rovna hodnotě náhodného hodu klasickou kostkou. Určete rozptyl náhodné veličiny $Y = 2X + 1$.

A $\frac{47}{12}$

***B** $\frac{35}{3}$

C $\frac{35}{6}$

D $\frac{41}{6}$

E $\frac{47}{6}$