

## IV122 Zadání: Pravděpodobnost

### A) Monty Hall Problem

Popis problému viz slidy nebo například zde:

[http://en.wikipedia.org/wiki/Monty\\_Hall\\_problem](http://en.wikipedia.org/wiki/Monty_Hall_problem)

Implementujte simulátor hry, vyzkoušejte strategie „zůstat při původním rozhodnutí“, „změnit rozhodnutí“, „náhodně měnit rozhodnutí“, experimentálně vyhodnoťte úspěšnost strategií v dlouhém běhu.

Alternativně můžete podobným způsobem zpracovat jinou podobnou úlohu (např. „girl/boy proportion problem“).

### B) Nenáhodná čísla

Pro zadané posloupnosti čísel 1-6 určete, zda jsou „náhodné“ nebo „nenáhodné“. U „nenáhodných“ zdůvodněte, proč čísla nejsou náhodná (popište použité metody). Pokuste se odhadnout způsob, jakým byla vygenerována.

### C) Centrální limitní věta

Uvažme následující dvě kostky (s čísly 1 až 6):  $K_a$  = zatížená kostka, která preferuje vyšší čísla (pravděpodobnost úměrná počtu teček),  $K_b$  = inverzně zatížená kostka. Pomocí kostek provedeme  $n$  hodů a vypočítáme z nich průměrnou hodnotu. Uvažme následující způsoby provádění hodů:

1. všech  $n$  hodů provádíme kostkou  $K_a$ ,
2. pro každý hod náhodně vybereme jednu z kostek  $K_a, K_b$ ,
3. náhodně vybereme jednu z kostek  $K_a, K_b$  a tou provedeme všech  $n$  hodů.

Celý tento proces opakujeme  $k$  krát. Jak vypadá distribuce průměrů pro jednotlivé možnosti? Jaký má tvar? Jde o (přibližně) normální distribuci? Jak tvar distribuce závisí na  $n$  a  $k$ ? Rozmyslete matematicky a vyzkoušejte experimentálně pomocí simulace.

### D) Bayesova věta a simulace

V krabici je  $N$  kostek. Jedna z nich je falešná a má na všech stranách číslo 6, ostatní kostky jsou normální. Vytáhl jsem náhodně jednu z kostek,  $X$  krát jsem s ní hodil a pokaždé mi padla šestka. Jaká je pravděpodobnost, že jde o poctivou kostku? Úlohu řešte dvěma přístupy:

- Výpočtem pomocí Bayesovy věty.
- Simulací: opakovaně vytahujeme náhodnou kostku, házíme s ní a díváme se, jestli padla ve všech  $X$  hodech šestka.

Před tím, než začnete úlohu řešit, zapište si svoje intuitivní odhady výsledku pro některé kombinace  $N$  a  $X$  (např.  $N = 10, X = 5$ ;  $N = 100, X = 3$ ;  $N = 1000, X = 5$ ). Následně pro tyto hodnoty vypočítejte správná řešení a porovnejte s odhady.