

Rozcvička: počítání s čísly

Radek Pelánek

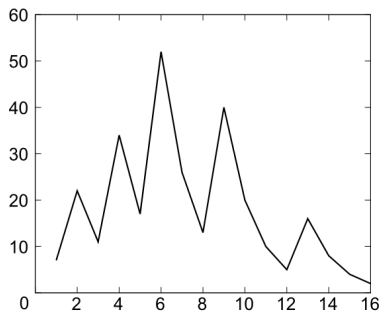
IV122

Collatzova posloupnost

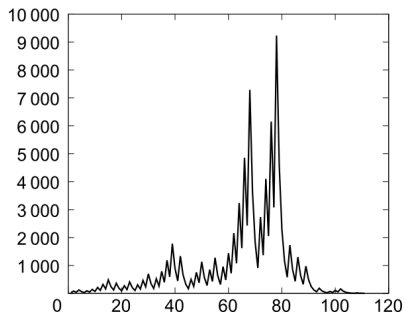
- vezmi přirozené číslo:
 - pokud je sudé, vyděl jej dvěma
 - pokud je liché, vynásob jej třemi a přičti jedničku
- tento postup opakuj, dokud nedostaneš číslo jedna

Collatzova posloupnost: příklady graficky

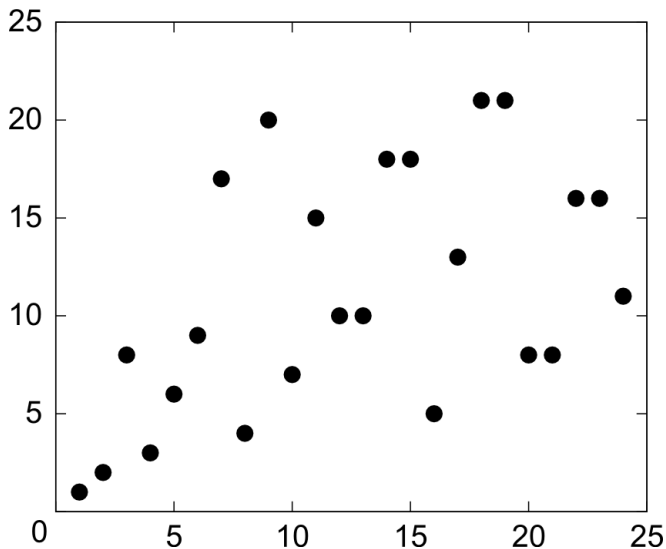
začínající číslem 7



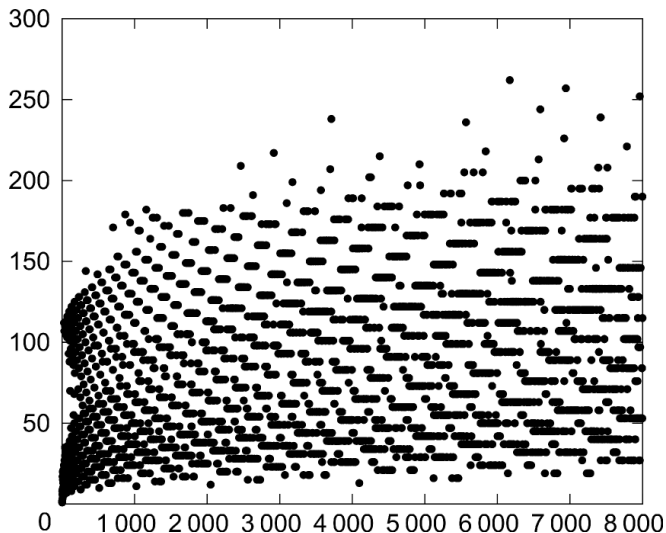
začínající číslem 27



Collatzova posloupnost: počty kroků I



Collatzova posloupnost: počty kroků II



Collatzova hypotéza

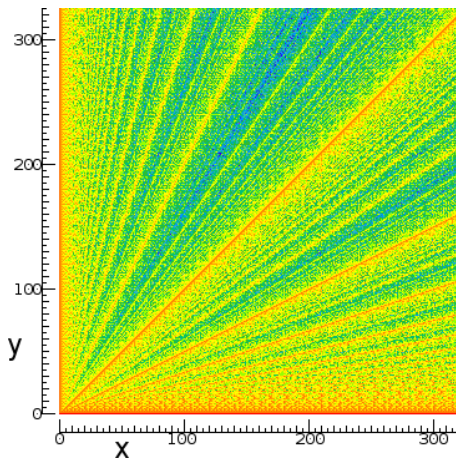
- platí, že pro každé počáteční číslo n , narazí posloupnost na číslo 1?
- experimentálně ověřeno pro velká n ($\sim 10^{18}$)
- důkaz není znám

Největší společný dělitel

- Euklidův algoritmus
- $NSD(a, b) = NSD(a - b, b)$
- $NSD(a, b) = NSD(a \bmod b, b)$

```
def nsd(a,b):  
    if b == 0:  
        return a  
    else:  
        return nsd(b, a % b)
```

Euklidův algoritmus: vizualizace



http://en.wikipedia.org/wiki/Euclidean_algorithm

Úkol: Vizualizace NSD, Euklidův algoritmus

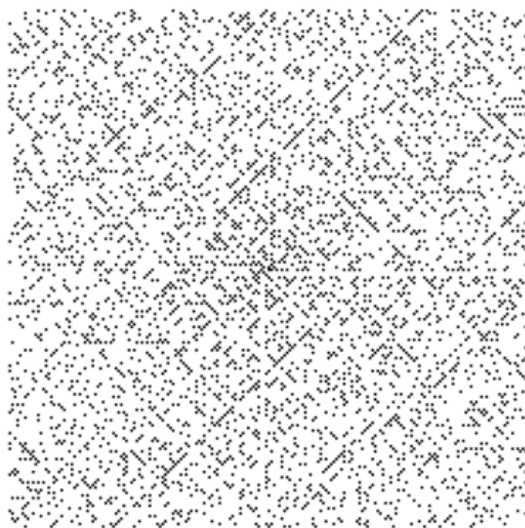
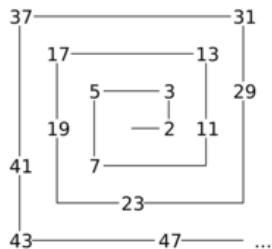
A) Program vygeneruje obrázek vizualizující největší společné dělitele.

B) Program vygeneruje obrázek vizualizující délku běhu Euklidova algoritmu:

- počet kroků algoritmu – odčítací varianta
- počet kroků algoritmu – efektivní modulo varianta
- různé způsoby barevného znázornění (např. kombinace obou předchozích do jednoho obrázku)

Ulamova spirála

37-36-35-34-33-32-31
38 17-16-15-14-13 30
39 18 5-4-3 12 29
40 19 6 1-2 11 28
41 20 7-8-9-10 27
42 21-22-23-24-25-26
43-44-45-46-47-48-49...



Ulamova spirála – variace

- Jak to dopadne, když místo prvočísel budeme do spirály zakreslovat čísla dělitelná k ?
- Jaká jiná kritéria můžeme použít? Barevné obarvování?
- Co když použijeme jiný tvar mřížky?