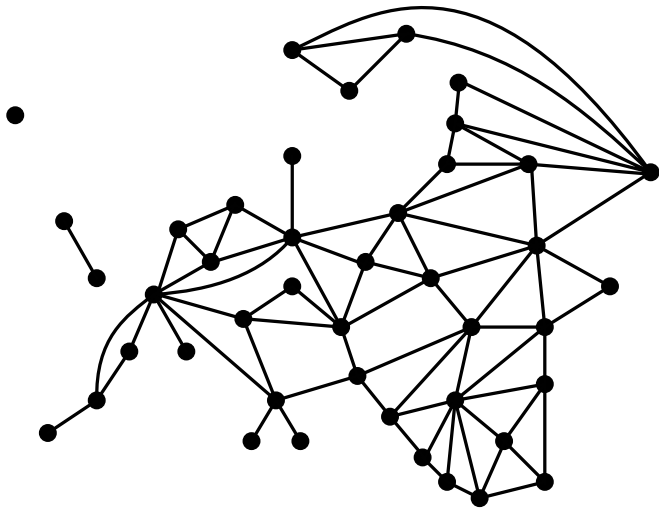


# Grafy a bludiště

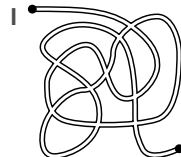
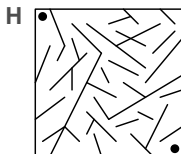
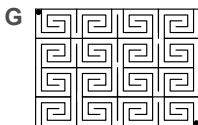
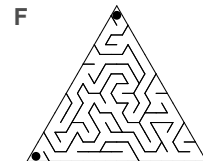
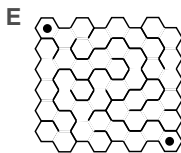
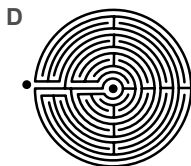
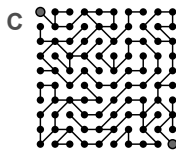
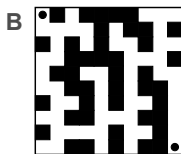
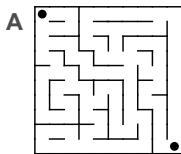
Radek Pelánek

IV122

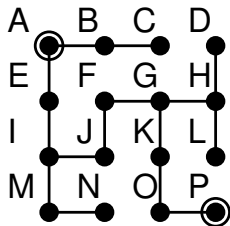
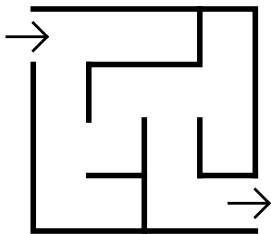
# Graf



# Bludiště



# Bludiště a grafy



# Grafy a bludiště

dnes:

- aplikace grafových pojmů na bludištích
- řešení bludišť

příště:

- generování bludišť
- netradiční „mřížky“ – aplikace geometrických pojmů

# Grafy – pojmy

- vrchol, hrana, stupeň, cesta, vzdálenost
- procházení grafu: do šířky (BFS), do hloubky (DFS)
- kostra grafu
- komponenta, silně souvislá komponenta

Lze následující problémy řešit efektivně? Jakým algoritmem?

- 1 nejkratší cesta v neváženém grafu
- 2 nejkratší cesta ve váženém grafu
- 3 detekce cyklu v orientovaném grafu
- 4 eulerovský tah (každá hrana právě jednou)
- 5 hamiltonovská kružnice (každý vrchol právě jednou)
- 6 nejlevnější kostra grafu

# Ilustrace grafových algoritmů

Pěkná interaktivní ukázka grafových algoritmů (hledání cesty):

<http://qiao.github.io/PathFinding.js/visual/>

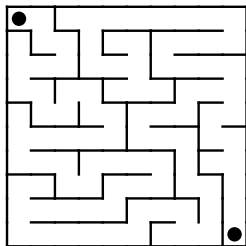


# Bludiště – pojmy, typy

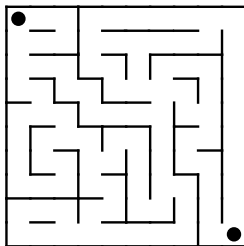
- struktura:
  - unicursular = labyrint
  - perfektní
  - braid
  - semi-braid
- podkladová mřížka: čtvercová, trojúhelníková, „kruhová“, nepravidelná, ...
- starty a cíle: 1:1, 1:N, N:N, ...
- speciální podmínky: mosty, žebříky, zákazy zatáčení, střídání barev, ...

# Typy bludišť: příklady

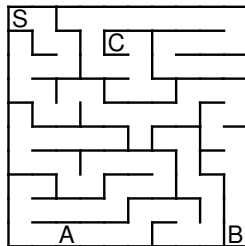
Perfektní bludiště



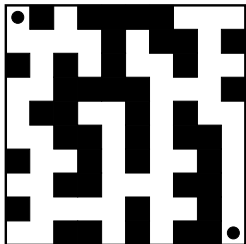
Pletenec



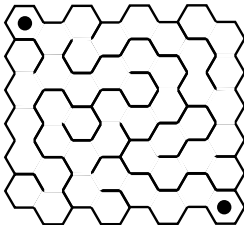
Více cílů



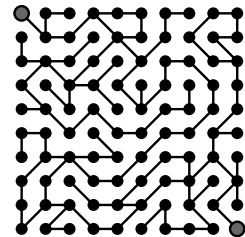
Bludiště se zdi



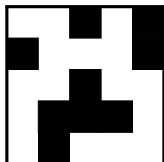
Šestiúhelníková mřížka



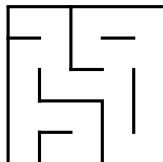
Uzly a spojnice



# Reprezentace



```
..#.#  
#...#  
..#..  
.###.  
#....
```

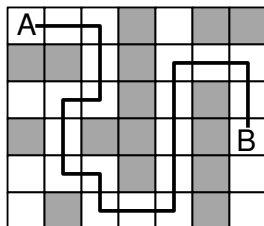


```
+--+--+--+  
|...|...|  
+--+--+--+  
|...|...|  
+--+--+--+  
|. |...|. |  
+--+--+--+  
|...|. |. |  
+--+--+--+  
|. |...|. |  
+--+--+--+
```

- algoritmy „pro lidi“ (agenty v bludišti)
  - pravidlo pravé ruky – nefunguje vždy, protipříklad?
  - algoritmus se značkováním – funguje vždy
- algoritmy „pro počítače“ (agenty nad bludištěm)
  - standardní procházení grafu – BFS
  - bludišťové variace (ale i mnohé další problémy):
    - většinou správně: vymyslet vhodnou transformaci na graf, použít BFS
    - většinou možné a nevhodné: použít přímočarý graf a vymýšlet speciální grafový algoritmus

# Základní bludiště

Základní zadání



Textový zápis  
zadání

```
A . . # . ##  
## . # . . .  
. . . # . # .  
# . ## . # B  
. . . # . # .  
. # . . . # .
```

Textový zápis  
řešení

```
Axx# . ##  
##x#xxx  
.xx#x#x  
#x##x#B  
.xx#x# .  
.#xxx# .
```

# Bludiš'tové variace

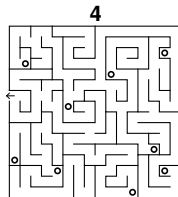
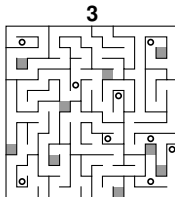
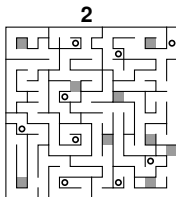
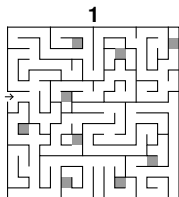
- Trojrozměrné bludiš'tě
- Robot v bludiš'ti
- Bludiš'tě a dynamit
- 3 lampy v bludiš'ti
- Zákaz zatáčení vlevo
- Bludiš'tě s kuličkou
- Sokoban
- Číselné bludiš'tě
- Barevné bludiš'tě
- Kvantové bludiš'tě

Jak formulovat jako grafový problém?

# Trojrozměrné bludiště

šedé pole = žebřík nahoru

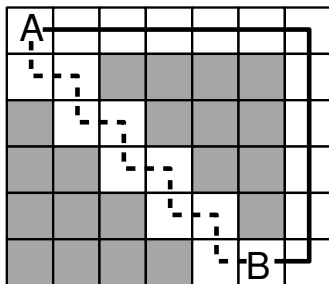
kolečko = žebřík dolů



# Robot v bludišti

Akce robota: krok, otočení o 90 stupňů

$A \rightarrow B$ , minimalizovat počet akcí



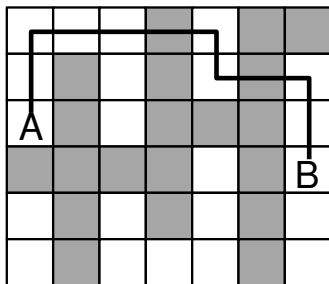
Optimální řešení: plná čára



# Bludiště a dynamit

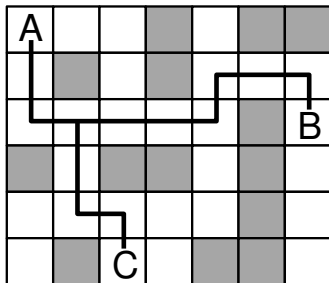
$A \rightarrow B$ , minimalizovat:

- primárně počet „odpálených“ zdí
- sekundárně počet kroků



# 3 lampy v bludišti

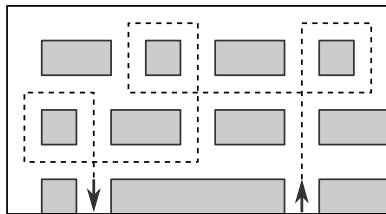
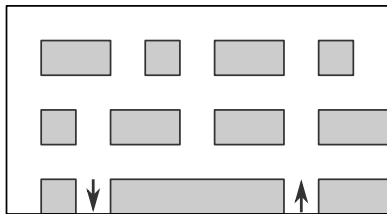
Spojit lampy drátem (co nejkratším)



Co když je lamp  $n$ ?

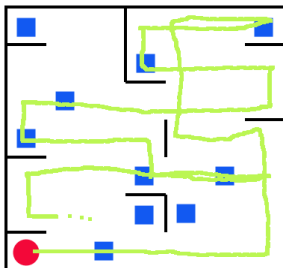
# Zákaz zatáčení vlevo

„No left turn maze“



# Bludiště s kuličkou

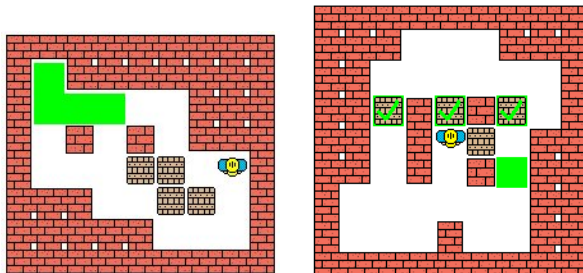
kulička: pohyb „k zarážce“  
posbírat všechny značky



K vyzkoušení: [umimematiku.cz](http://umimematiku.cz)

# Sokoban

Dostat bedny na vyznačená pole.  
Panáček může pouze tlačit, vždy jen 1 bednu.



K vyzkoušení: [umimematiku.cz](http://umimematiku.cz)

# Číselné bludiště

pravý horní roh  $\rightarrow$  levý dolní roh

skoky vertikálně a horizontálně, číslo = délka skoku

2	4	4	3	3
2	3	3	2	3
3	2	3	1	3
2	2	3	2	1
1	4	4	4	☆

3	4	3	2	2
4	4	2	2	4
4	3	1	4	2
2	1	1	3	3
1	4	2	3	☆

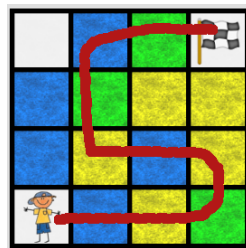
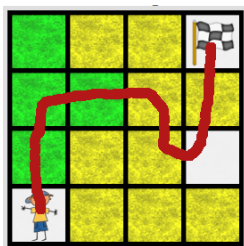
1	4	2	1	1
2	4	2	3	2
2	3	4	2	4
3	3	3	3	2
2	4	2	2	☆

Jak ověřit, zda má úloha jednoznačné nejkratší řešení?

K vyzkoušení: [umimematiku.cz](http://umimematiku.cz)

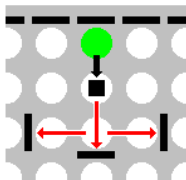
# Barevné bludiště

levý dolní roh → pravý horní roh  
stejný počet polí od každé barvy (bílá libovolně)



# The quantum maze

Bludiště, které se generuje podle pohybu...



<http://www.clickmazes.com/quantum/ixquantum.htm>

<https://www.fi.muni.cz/~xpelanek/sendvic13/blx87ac/>



# Úkoly k zamyšlení

formulujte úlohu jako grafový problém:

- graf:
  - vrcholy
  - hrany – orientované? vážené?
- algoritmus:
  - prohledávání do šířky (BFS)
  - jiný algoritmus
- odhadněte velikost grafu
- Lze řešit efektivně? Je nutné použít heuristiky?

# Úloha, technický tip

- úloha: řešič některé z bludiš'ových variant
- znázornění řešení: textová grafika, obrázek (SVG), animace
- jak snadno udělat animaci:
  - jednotlivé kroky řešení: obrázky v SVG
  - `convert`
  - `avconv`