Příklad č. 1: Nechť L je libovolný jazyk na abecedou Σ. Rozhodněte (odpovězte ANO/NE), zda platí následující rovnost:

$$L \stackrel{?}{=} (\{\varepsilon\} \cdot (L \cap co{-}L)) \cup L \cap ((\{\varepsilon\} \cup L) \cdot (\{\varepsilon\} \cup co{-}L)),$$

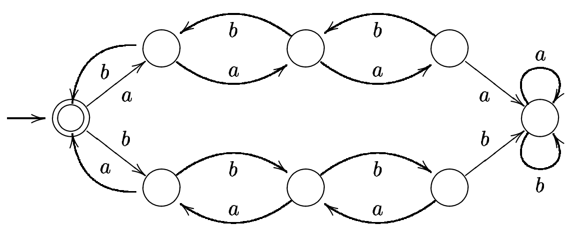
své rozhodnutí zdůvodněte.

Příklad č. 2: Nechť L je jazyk nad abecedou $\Sigma = \{a, b\}$. Jazyk L je tvořen právě všemi slovy, která splňují podmínku, že pokud slovo začíná a končí písmenem a, pak je počet výskytů písmene b v daném slově lichý. Zapište jazyk L pomocí jednoprvkových množin $\{a\}$ a $\{b\}$ s využitím množinových operací sjednocení($\cup$), zřetězení($\cdot$), iterace ($^+$,*) a průniku($\cap$).

Příklad č. 3: Sestrojte a správně zapište regulární gramatiku pro jazyk:

$$L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid \#_a(w) \ mod\ 2 = \#_b(w) \ mod\ 2\}.$$

Příklad č. 4: Jaký jazyk akceptuje následující konečný automat?



Příklad č. 5: Rozhodněte, zda je jazyk $L = \{ab^ic^jc^k \mid j + k > i \wedge 0 < i, j, k\}$ regulární. Své rozhodnutí dokažte.

Příklad č. 6: Těsto na libanonský chléb se míchá tak, že na každé 2 dávky mouky připadá 1 dávka vody (jedna dávka je konstantí předem dané množství). Ve výrobním procesu pekárny je člověk, který na základě pořadí a druhu jednotlivých dávek rozhoduje, zda je umíchané těsto v souladu s předpisem na libanonský chléb, tj. například posloupnost dávek `mouka,mouka,mouka,voda,voda,mouka` odpovídá předpisu, kdežto posloupnost `voda, mouka, mouka, voda` nikoliv. Může práci tohoto člověka zastoupit konečný automat, pokud pekárna produkuje chléb do maximální hmotnosti syrového těsta 2kg? Může práci tohoto člověka zastoupit konečný automat, pokud pekárna produkuje pecny libovolné velikosti? Odpovězte na obě otázky a své odpovědi dokažte.

Příklad č. 7: Uveďte nějaký nekonečný regulární jazyk a pro něj zkonstruujte úplný deterministický konečný automat, který není minimální.

Příklad č. 8: K zadanému konečnému automatu zkonstruujte ekvivalentní minimální konečný automat, který zapište v kanonickém tvaru.

	a	b
$\leftrightarrow$ 1	$\emptyset$	{3,5}
2	$\emptyset$	{3}
3	{4}	{4,5}
$\leftarrow$ 4	{4,6}	{4}
5	{3,4}	{6}
$\leftarrow$ 6	{6}	{4}

Příklad č. 9: Nechť $G_1 = (N_1, \Sigma, P_1, S_1)$ a $G_2 = (N_2, \Sigma, P_2, S_2)$ jsou dvě libovolné regulární gramatiky takové, že $N_1 \cap N_2 = \emptyset$. Z uzávěrových vlastností regulárních jazyků víme, že existuje regulární gramatika G taková, že $L(G) = L(G_1) \cdot L(G_2)$. Uveďte obecný postup, jak zkonstruovat gramatiku G bez toho, abyste využili tvrzení o existenci ekvivalentního konečného automatu.

Příklad č. 10: Buď L jazyk nad abecedou $\Sigma = \{a, b, c\}$ takový, že L obsahuje všechna slova, která začínají a končí stejným symbolem, mají délku alespoň 2 a neobsahují symbol c, tj.

$$L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid \#_c(w) = 0 \land |w| \geq 2 \land w \text{ začíná a končí stejným symbolem}\}$$

a) Určete index $\sim_L$.

b) Najděte binární relaci R nad Σ^* takovou, že $R \neq \sim_L$, R je pravá kongruence s konečným indexem a L je sjednocením některých tříd rozkladu Σ^*/R. Ukažte, že vámi definovaná relace R má požadované vlastnosti (tj. ukažte, že R je ekvivalence, R je pravá kongruence s konečným indexem a že L vznikne sjendocením některých tříd rozkladu Σ^*/R).

c) Najděte binární relaci R na Σ^* takovou, že R je pravá kongruence s konečným indexem a L není sjednocením žádných tříd rozkladu Σ^*/R.

Příklad č. 11: Regulární jazyk L nad abecedou Σ má vlastnost *prefix-free* pokud pro žádné $w \in L$ neexistují $u, v \in \Sigma^*$ takové, že $w = uv$, $|u| < |w|$ a $u \in L$. Je vlastnost *prefix-free* rozhodnutelná pro třídu regulárních jazyků? Pokud ano, uveďte algoritmický postup podle kterého lze vlastnost rozhodnout.

Příklad č. 12: K zadanému konečnému automatu zkonstruujte ekvivalentní deterministický konečný automat bez ε-kroků a k tomuto deterministickému konečnému automatu bez ε-kroků zkonstruujte ekvivalentní regulární výraz.

	a	b	ε
$\rightarrow 1$	$\{2\}$	$\emptyset$	$\{2\}$
2	$\emptyset$	$\{3\}$	$\{3\}$
3	$\{1\}$	$\{4\}$	$\emptyset$
$\leftarrow 4$	$\{3\}$	$\emptyset$	$\emptyset$

Příklad č. 13: Najděte bezkontextovou gramatiku G tak, aby $L(G) = co\text{-}\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$.

Příklad č. 14: Je dána následující bezkontextová gramatika G, určete $L(G)$.

$$\begin{aligned}
G &= (\{S, A, B, D\}, \{a, b, c, d\}, P, S\} \\
P &= \{S \rightarrow bAB \mid cD, \\
&\quad A \rightarrow aAaa \mid c, \\
&\quad B \rightarrow bbB \mid bb \mid Sd, \\
&\quad D \rightarrow aBD \mid cBDa\}
\end{aligned}$$

Příklad č. 15: Je dána bezkontextová gramatka $G = (N, \Sigma, P, S)$ bez nepoužitelných symbolů, ε-pravidel a jednoduchých pravidel. Narhněte algoritmus, který určí množinu všech neterminálů $M \subseteq N$ takových, že

a) $X \in M \iff \forall w \in \Sigma^*$: pokud $X \Rightarrow^* w$ pak $|w| \geq 2$

b) $X \in M \iff \exists w \in \Sigma^*$: $X \Rightarrow^* w \ \wedge\ |w| \geq 2$

Příklad č. 16: Je dána bezkontextová gramatka $G = (N, \Sigma, P, S)$ bez nepoužitelných symbolů, ε-pravidel a jednoduchých pravidel. Narhněte algoritmus, který určí množinu všech neterminálů $M \subseteq N$ takových, že

a) $X \in M \iff \forall w \in \Sigma^*$: pokud $X \Rightarrow^* w$ pak $|w| \geq 5$

b) $X \in M \iff \exists w \in \Sigma^*$: $X \Rightarrow^* w \ \wedge\ |w| \geq 5$

Příklad č. 17: Je dána bezkontextová gramatika $G = (\{S, X, Y\}, \{a, b, c, d\}, P, S)$, kde

$$\begin{aligned} P = \{\ & S \rightarrow Xc \mid Yd \mid Yb, \\ & X \rightarrow Xb \mid a, \\ & Y \rightarrow SaS\ \} \end{aligned}$$

Převeďte gramatiku do Greibachové normální formy.

Příklad č. 18: Nechť $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \leq \#_b(w)\}$. Zkonstruujte zásobníkový automat $\mathcal{A}$ akceptující koncovým stavem takový, že $L(\mathcal{A}) = L$.

Příklad č. 19: Je dána bezkontextová gramatika $G = (\{S, X, Y\}, \{a, b, c, d\}, P, S)$, kde

$$\begin{aligned} P = \{\ & S \rightarrow Xc \mid Yd \mid Yb, \\ & X \rightarrow Xb \mid a, \\ & Y \rightarrow SaS\ \} \end{aligned}$$

Sestrojte odpovídající syntaktický analyzátor metodou shora dolů. Uveďte alespoň jeden akceptující výpočet vámi zkonstruovaného analyzátoru nad slovem $acaa$.

Příklad č. 20: Je dána bezkontextová gramatika $G = (\{S, X, Y\}, \{a, b, c, d\}, P, S)$, kde

$$\begin{aligned} P = \{\ & S \rightarrow Xc \mid Yd \mid Yb, \\ & X \rightarrow Xb \mid a, \\ & Y \rightarrow SaS\ \} \end{aligned}$$

Sestrojte odpovídající syntaktický analyzátor metodou zdola nahoru. Uveďte alespoň jeden akceptující výpočet vámi zkonstruovaného analyzátoru nad slovem $abcaacaacbd$.

Příklad č. 21: Je dána bezkontextová gramatika $G = (\{S, X, Y\}, \{a, b, c, d\}, P, S)$, kde

$$\begin{aligned} P = \{\ & S \rightarrow Xc \mid Yd \mid Yb, \\ & X \rightarrow Xb \mid a \mid aY, \\ & Y \rightarrow SaS \mid \varepsilon\ \} \end{aligned}$$

Vypočítejte postupně hodnoty: $FIRST_1(X)$, $FIRST_1(S)$, $FIRST_1(Y)$, $FIRST_1(YYc)$, $FOLLOW_1(X)$, $FOLLOW_1(Y)$, $FOLLOW_1(S)$.

Příklad č. 22: Je dána bezkontextová gramatika $G = (\{S, X, Y\}, \{a, b, c, d\}, P, S)$, kde

$$
\begin{aligned}
P = \{\ & S \to aXc \mid aYd \mid Yb, \\
& X \to XYb \mid a, \\
& Y \to cSa \mid \varepsilon\ \}
\end{aligned}
$$

Příklad č. 23: S využití trasnformací *odstranění levé rekurze*, *levá faktoriace*, *rohová substituce*, *pohlcení terminálního symbolu* a *extrakce pravého kontextu* transformujte uvedenou gramatiku na $LL(1)$ gramatiku. Jiné transformace nejsou povoleny. O výsledné gramatice dokažte, že je $LL(1)$ gramatikou. Nechť L, K jsou bezkontextové jazyky. Rozhodněte, zda platí následující implikace. Svá rozhodnutí odůvodněte.

a) L **má** vlastnost sebevložení, K **nemá** vlastnost sebevložení $\Longrightarrow L \cap K$ je bezkontextový jazyk.

b) L **má** vlastnost sebevložení, K **má** vlastnost sebevložení $\Longrightarrow L \cap K$ je bezkontextový jazyk.

Příklad č. 24: Nechť $A = (Q^A, \Sigma, \Gamma^A, \delta^A, q_0^A, Z^A, \emptyset)$ a $B = (Q^B, \Sigma, \Gamma^B, \delta^B, q_0^B, Z^B, \emptyset)$ jsou zásobníkové automaty takové, že $Q^A \cap Q^B = \Gamma^A \cap \Gamma^B = \emptyset$. Ukažte (konstruktivně), že existuje zásobníkový automat C takový, že $L_e(C) = L_e(A) \cdot L_e(B)$, aniž byste využili tvrzení o existenci jazykově ekvivalentních bezkontextových gramatik.

Příklad č. 25: Definujte, kdy je jazyk rekurzivní a kdy je jazyk rekurzivně spočetný.

Příklad č. 26: Zkonstruujte deterministický TS, který rozhoduje jazyk $\{a^p \mid \text{p je prvočíslo}\}$.