

Cvičení 4

Příklad 4.1: Stanovte všechny vzájemně neekvivalentní logické důsledky premis (v úplné konjunktivní normální formě), ve kterých se vyskytují pouze výrokové symboly obsažené v premisách (viz příklad III.6):

- a) $T \equiv \{p \vee (q \wedge r), p \Rightarrow r\}$;
- b) $T \equiv \{p \Rightarrow (q \vee r), r \Rightarrow q\}$;
- c) $T \equiv \{p \Rightarrow (q \Rightarrow p), r \Rightarrow \neg p\}$;
- d) $T \equiv \{p \vee q, p \Rightarrow r\}$;

Příklad 4.2: Najděte všechny vzájemně neekvivalentní premisy (v úplné konjunktivní normální formě) dané formule ϕ , ve kterých se vyskytují pouze výrokové symboly obsažené ve formuli ϕ (viz. příklad III.7):

- a) $\phi \equiv \neg(p \wedge q)$;
- b) $\phi \equiv p \vee \neg q$;
- c) $\phi \equiv p \Leftrightarrow q$;
- d) $\phi \equiv p \Rightarrow [(q \wedge r) \vee (\neg q \wedge \neg r)]$;

Příklad 4.3: Najděte chybějící minimální¹ předpoklad v atomických formulích p, q, r, \dots tak, aby závěr úsudkových schémat byl logickým důsledkem premis (příklad III.8):

- a) $p \vee \neg r, q \Rightarrow (p \wedge r) \models^? \neg q \vee \neg r$;
- b) $p \Rightarrow r, \neg q \vee \neg r, r \Rightarrow (q \vee s) \models^? p \wedge \neg s$;
- c) $(p \vee r) \Rightarrow (q \wedge s), q \Rightarrow \neg r \models^? p \Rightarrow \neg s$;

Příklad 4.4: Dokažte, že následující spojky tvoří úplný systém spojek:

- a) $\{\neg, \vee, \wedge\}$;
- b) $\{\neg, \vee\}$;
- c) $\{\neg, \wedge\}$;
- d) $\{\downarrow\}$;
- e) $\{\downarrow\}$.

¹Počet modelů předpokladů se má snížit co nejméně.