

## Cvičení 2

**Příklad 2.1** Určete, ve kterých interpretacích jsou následující formule pravdivé:<sup>1</sup>

a)  $\phi \equiv (p|q) \not\equiv r$

b)  $\phi \equiv (p \downarrow p) \downarrow q$

c)  $\phi \equiv (p \not\equiv (p|q)) \downarrow r$

**Příklad 2.2:** Ověřte splnitelnost množiny formulí (upravené zadání příkladu III.5):

a)  $\mathbf{T} = \{(p \Rightarrow q) \wedge r, q \wedge r, r \Rightarrow s, p \wedge \neg s\}$

b)  $\mathbf{F} = \{(p \wedge q \wedge r) \Rightarrow [(s \wedge \neg t) \vee (\neg s \wedge t)], q \wedge r, \neg s, \neg t, p\}$

c)  $\mathbf{G} = \{q \Rightarrow r, r \Rightarrow p, q \Rightarrow p\}$

d)  $\mathbf{Y} = \{q \Rightarrow r, r \Rightarrow p, \neg(q \Rightarrow p)\}$

e)  $\mathbf{Z} = \{(p \vee q) \Leftrightarrow r, r, \neg p, q\}$

**Příklad 2.3:** Zjistěte zda platí logické vyplývání, tedy zda platí  $T \models \phi$ :

a)  $\mathbf{T} = \{(p \Rightarrow q) \wedge r, q \wedge r, r \Rightarrow s\}$ ,  $\phi = \neg(p \wedge \neg s)$  (srovnejte s předchozím příkladem);

b)  $\mathbf{T} = \{(p \wedge q \wedge r) \Rightarrow [(s \wedge \neg t) \vee (\neg s \wedge t)], q \wedge r, \neg s, \neg t\}$ ,  $\phi = \neg p$  (srovnejte s předchozím příkladem);

c)  $\mathbf{T} = \{p \wedge q, \neg p \Rightarrow q\}$ ,  $\phi = q$  [III.9a];

d)  $\mathbf{T} = \{p \Rightarrow q, \neg q \Rightarrow \neg r\}$ ,  $\phi = r \Leftrightarrow p$  [III.9b];

e)  $\mathbf{T} = \{p \Rightarrow q, \neg r \Rightarrow \neg q\}$ ,  $\phi = \neg r \Rightarrow \neg p$  [III.9b].

**Příklad 2.4** Ověřte, zda následující formule jsou tautologie, a to bez použití pravdivostních tabulek:

a)  $\phi \equiv [\neg p \Rightarrow (q \wedge \neg q)] \Rightarrow p$ ;

b)  $\phi \equiv p \Rightarrow [q \Rightarrow (\neg p \Rightarrow r)]$ ;

c)  $\phi \equiv [(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow q)$ ;

d)  $\phi \equiv p \Rightarrow \neg[(q \wedge p) \Rightarrow p]$ ;

e)  $\phi \equiv (p \Rightarrow p) \Rightarrow [p \wedge \neg(q \Rightarrow p)]$ .

<sup>1</sup>Symbol  $|$  značí Shefferova funkce (negace konjunkce – nand). Symbol  $\downarrow$  značí Nicodova/Peirceova funkce (negace disjunkce – nor). Symbol  $\not\equiv$  značí spojku xor.

**Příklad 2.5:** Převeďte do symbolického jazyka a ověřte platnost úsudků (příklad III.11):

- a) „Nebeží-li motor, je vada v motoru nebo nejde proud.“  
„Je-li vada v motoru, je třeba volat opraváře.“  
„Proud jde.“  
s důsledkem: „Nebeží-li motor, je třeba volat opraváře.“
- b) „Není pravda, že uchazeč umí anglicky i německy.“  
„Uchazeč neumí anglicky.“  
s důsledkem: „Uchazeč neumí německy.“
- c) „Je-li pan X otcem Jirky a má krevní skupinu A a také Jirkova matka má skupinu A, pak Jirka má některou z krevních skupin A nebo 0.“  
„Pan X i Jirkova matka mají krevní skupinu A.“  
„Jirka nemá krevní skupinu A.“  
„Jirka nemá krevní skupinu 0.“  
s důsledkem: „Pan X není otcem Jirky.“
- d) „Jestliže studuji, dosáhnu dobrého postavení.“  
„Jestliže nestuduji, užívám si.“  
s důsledkem: „Buď dosáhnu dobrého postavení nebo si užívám.“